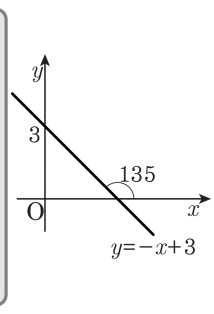
**1.** 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 $x$ 축의 양의 방향이 이루는 각 $\theta$ 는 몇 ° 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기 : $-1$ , $y$ 절편 : 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 $\theta$ 는
$-1 = \tan\theta$ 에서 $\theta = 135°$



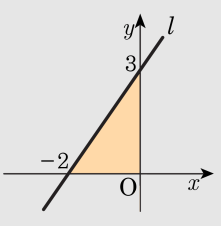
**2.** 직선 $3x-2y+6=0$이 $x$ 축 및 $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,




∴ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$

**3.** 두 직선 $x-y+1=0$ , $x-2y+3=0$ 의 교점을 지나고, 두 직선과 $x$ 축이 이루는 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-3y+4=0$ ② $2x+3y+4=0$

③ $2x-3y-4=0$ ④ $x-3y+4=0$

⑤ $-x-3y+4=0$

해설

두 직선 $x-y+1=0 \cdots$ ①

$x-2y+3=0 \cdots$ ②의 교점을 지나는 직선을 $l$ 이라고 하면,

직선 $l$ 은 $l : (x-y+1)\cdot m+(x-2y+3)=0 \cdots$ ③의 꼴로 나타낼 수 있다.

한편, 직선 ①의 $x$ 절편은 $-1$,

직선 ②의 $x$ 절편은 $-3$ 이므로

$l$ 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면, 점 $(-2,0)$ 을 지나야 한다.

점 $(-2,0)$ 을 ③에 대입하면 $-m+1=0$

$\therefore m=1$

따라서, $l$ 의 방정식은 $2x-3y+4=0$

**4.** 직선 $x+ay+1=0$이 직선 $2x+by+1=0$에 수직이고 직선 $x-(b-1)y-1=0$과 평행할 때, $a^2+b^2$의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

두 직선 $x+ay+1=0$, $2x+by+1=0$이 서로 수직이므로

$1\cdot 2+a\cdot b=0 \quad \therefore\ ab=-2\cdots$㉠

두 직선 $x+ay+1=0$, $x-(b-1)y-1=0$이 서로 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{a}{1-b}\neq\frac{1}{-1} \quad \therefore\ a+b=1\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$\therefore\ 1-2\cdot(-2)=5$

**5.** 두 점 A$(-2,\ -1)$, B$(4,\ 3)$ 에 대하여 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

선분 AB 의 중점의 좌표는 $(1,\ 1)$

선분 AB 의 기울기는 $\frac{3-(-1)}{4-(-2)} = \frac{2}{3}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선은 점 $(1,\ 1)$ 을 지나고, 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 인 직선이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 1 = -\frac{3}{2}(x - 1)$

즉, $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

따라서, $a + b = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = 1$

**6.** 직선 $(k-2)x+(2k-3)y+4k-3=0$은 실수 $k$의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지날 때, 그 점의 좌표를 구하면?

① $(6,-5)$ ② $(5,-6)$ ③ $(4,-3)$
④ $(5,-4)$ ⑤ $(-3,6)$

해설

$(k-2)x+(2k-3)y+4k-3=0$
$\Rightarrow \quad (x+2y+4)k-(2x+3y+3)=0$
$k$에 관계없이 일정한 점을 지나려면
$x+2y+4=0, \quad 2x+3y+3=0$
연립하면 $x=6, \ y=-5$
$\therefore$ 일정한 점은 $(6,-5)$

**7.** $x$축 위의 점 P로부터 직선 $4x+3y+2=0$까지의 거리가 2인 점은 두 개 있다. 이 때, 이 두 점 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

P의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$이라 하면
P에서 직선까지의 거리가 2이므로
$\dfrac{|4\cdot\alpha+3\cdot 0+2|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2$
$\therefore |4\alpha+2|=10$
$4\alpha+2=\pm 10$
$\therefore \alpha=2,\ -3$
$\therefore$ 거리 $l$은 $l=2-(-3)=5$

**8.** 두 직선 $3x-4y+1=0, 3x-4y-4=0$ 사이의 거리를 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x-4y+1=0$ 의 $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \frac{\left|3\times 0+(-4)\times\frac{1}{4}-4\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

**9.** 점 $(3,\ 4)$ 에서 직선 $2x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 양수 $k$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{|2 \times 3 - 4 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}$ 이므로, $|2 + k| = 5$ 이다.

따라서 $k = 3$ ($\because$ $k$ 는 양수)

**10.** 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0,0),\ (2,6),\ (6,3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{2}|2\cdot 3-6\cdot 6|=15$

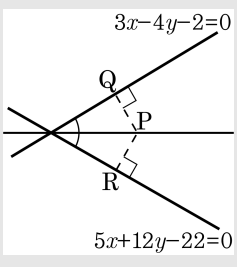
**11.** 두 직선 $3x-4y-2=0$ , $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 $\mathrm{Q}, \mathrm{R}$ 이라 하면




$\overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

**12.** 정점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$　② $x-2y+5=0$　③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$　⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0\cdots$㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$

**13.** 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 의 중심이 $(4,-2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 $r$ 라 하면 중심이 $(4,-2)$ 이므로
$(x-4)^2+(y+2)^2=r^2$
$x^2+y^2-8x+4y+20-r^2=0 \quad \cdots$㉠
이때, 원 ㉠과 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 이 같으므로
$-2k=-8, \quad k=4$
$3k=20-r^2$
$\therefore k=4, \ r=2\sqrt{2} \ (\because r>0)$
따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

**14.** 세 점 $\mathrm{P}(-1,4), \mathrm{Q}(3,6), \mathrm{R}(0,-3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle \mathrm{PQR}$ 의 외접원의 방정식은?

① $x^2+y^2-x-2y-3=0$

② $x^2+y^2+2x-1y-10=0$

③ $x^2+y^2-4x-5y-8=0$

④ $x^2+y^2-6x-2y-15=0$

⑤ $x^2+y^2-6x-5y-20=0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$
으로 놓으면 이 원이
세 점 $\mathrm{P}(-1,4), \mathrm{Q}(3,6), \mathrm{R}(0,-3)$ 을
지나므로 차례로 대입하면

$1+16-A+4B+C=0 \quad \cdots$ ㉠

$9+36+3A+6B+C=0 \quad \cdots$ ㉡

$9-3B+C=0 \quad \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$A=-6, B=-2, C=-15$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$x^2+y^2-6x-2y-15=0$

**15.** $x$, $y$에 대한 이차방정식 $2x^2+py^2+qxy-6x+8y+2r=0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 $p$, $q$, $r$ 의 값 또는 그 범위를 구하면?

① $p>1,\ q=0,\ r<6$
② $p=\frac{7}{9},\ q<0,\ r<\frac{2}{3}$
③ $p<9,\ q=0,\ r<\frac{19}{5}$
④ $p=2,\ q=0,\ r<\frac{25}{4}$
⑤ $p>1,\ q<\frac{8}{11},\ r<\frac{7}{2}$

해설

주어진 방정식의 그래프가 원이 되려면
$x^2$ 과 $y^2$ 의 계수가 같고 $xy$ 의 항이 없어야 하므로
$p=2,\ q=0$
따라서, 주어진 방정식은
$2x^2+2y^2-6x+8y+2r=0$
이 때, 양변을 2 로 나누면
$x^2+y^2-3x+4y+r=0$
이 식을 변형하면

$$\left\{x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}+(y^2+4y+4)$$

$$=-r+\left(\frac{3}{2}\right)^2+4$$

$$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2+(y+2)^2=-r+\frac{25}{4}$$

이것이 원의 방정식이 되어야 하므로

$$-r+\frac{25}{4}>0$$

$$\therefore r<\frac{25}{4}$$

**16.** 중심이 $(2,\ 3)$ 이고 $y$ 축에 접하는 원의 방정식은?

① $(x-2)^2+(y-3)^2=4$　② $(x-2)^2+(y-3)^2=9$

③ $(x+2)^2+(y+3)^2=4$　④ $(x+2)^2+(y+3)^2=9$

⑤ $(x-4)^2+(y-4)^2=5$

해설

중심이 $(2,3)$ 일 때 $y$ 축에 접해야 하므로
반지름의 길이는 2 이다.

**17.** 두 원 $x^2+y^2=9, (x-4)^2+(y-3)^2=4$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 1 개

해설

$A: x^2+y^2=9$
중심 $(0,\ 0)$ , 반지름의 길이 3
$B: (x-4)^2+(y-3)^2=4$
중심 $(4,\ 3)$ , 반지름의 길이 2
두 원의 중심 사이의 거리를 구하면, $\sqrt{4^2+3^2}=5$
$\therefore$ 중심 사이의 거리는 두 원의 반지름의 합과 같다. $\Rightarrow$ 두 원은 외접한다, 교점의 개수 1 개

**18.** 두 원 $x^2+y^2+2x-2my+m^2-4=0$, $x^2+y^2-2mx-2y+m^2-8=0$ 이 직교할 때 $m$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{6}$

▷ 정답: $-\sqrt{6}$

해설

두 원의 교점에서 접선이 수직이므로
$(x+1)^2+(y-m)^2=5$
$(x-m)^2+(y-1)^2=9$
두 원의 교점과 각 원의 중심이 직각삼각형을 이루므로
$(m+1)^2+(1-m)^2=14$
$m^2=6$
$m=\pm\sqrt{6}$

**19.** 원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 직선 $y = -x + k$ 이 한점에서 만나도록 하는 $k$ 값은?(단, $k < 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -2$

해설

원이 직선과 한 점에서 만나려면,
즉 접하려면 원의 중심과 직선사이 거리가
반지름과 같아야 한다.
⇒ 중심 : $(0,\ 0)$ 직선 : $x + y - k = 0$

$$\frac{|1 \times 0 + 1 \times 0 - k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

⇒ $k = \pm 2$
∴ $k = -2\ (\because\ k < 0)$

**20.** 직선 $y = x+4$가 원 $x^2+y^2 = 9$에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

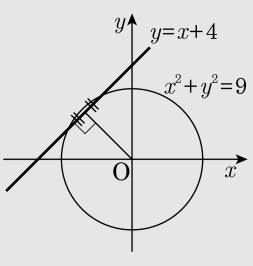
▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

원의 중심 원점에서 직선에 이르는 거리는 직선 $x - y + 4 = 0$

이므로 $\frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$




원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을
수직이등분하므로 피타고라스 정리에서 ,

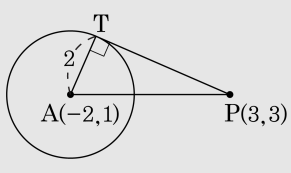
현의 길이는 $2\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2$

**21.** 점 $(3,\ 3)$에서 원 $x^2+y^2+4x-2y+1=0$에 그은 접선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{26}$ ③ 6 ④ $\sqrt{27}$ ⑤ 7

해설

준식에서 $(x+2)^2+(y-1)^2=2^2$
이므로
중심이 $(-2,1)$, 반지름의 길이가 2인 원이다.




$\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}^2-\overline{\mathrm{AT}}^2$
$=(3+2)^2+(3-1)^2-2^2=25$

$\therefore \overline{\mathrm{PT}}=5$

**22.** 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선 $x^2+y^2-8x-6y+21=0$ 위의 점 P에 대하여 선분 $\overline{OP}$의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$x^2+y^2-8x-6y+21=0$
$(x-4)^2+(y-3)^2=2^2$
$\overline{OP}$ 의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 $\overline{OP}$ $\sqrt{4^2+3^2}+2=7$

**23.** 원 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 위의 점에서 직선 $y=-x+4$에 이르는 최소 거리는?

① $\sqrt{2}-1$ ② $\sqrt{2}$ ③ 3

④ $\sqrt{2}+1$ ⑤ 3

해설

$x^2+y^2-2x-2y+1=0$은 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$이므로
원의 중심 $(1,1)$에서 직선 $x+y-4=0$ 까지의 거리 $d$는

$$d=\frac{|1+1-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$$

따라서 구하는 최소 거리는

$d-$(원의 반지름의 길이) $=\sqrt{2}-1$

**24.** 평행이동 $f : (x, y) \to (x+a,\ x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 $f$ 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$ ② $(2, 2)$ ③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$ ⑤ $(4, 2)$

해설

$(1 + a, 2 + b) = (-1, 4)$

$\Rightarrow \quad a = -2, \quad b = 2$

$\therefore \quad (x + 2, y + 2) = (0, 0)$

$\Rightarrow \quad x = 2, \quad y = -2$

$\Rightarrow \quad (2, -2)$

**25.** $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $n$ 만큼 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(-2, 4)$ 가 점 $(6, -2)$ 로 옮겨진다. 이때, 상수 $m, n$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

점 $(-2,\ 4)$ 를 $x$ 축의 방향으로 $m$ 만큼,
$y$ 축의 방향으로 $n$ 만큼 옮기면
$(-2+m,\ 4+n)$ 이고
이 점이 $(6, -2)$ 와 일치하므로
$-2+m=6 \quad \therefore m=8$
$4+n=-2 \quad \therefore n=-6$
따라서, 구하는 $m,\ n$ 의 값의 합은 $8+(-6)=2$

**26.** 좌표축을 평행이동하여 원점을 점 $(a,\ b)$ 로 이동하였더니 방정식 $x^2+y^2=16$이 새로운 좌표축에서 $x^2+y^2+4x-2y+c=0$인 방정식으로 되었다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$의 값은?

① $-10$ ② $-12$ ③ $-14$ ④ $-16$ ⑤ $-18$

해설

원점을 점 $(a,\ b)$로 평행이동시키는 좌표축의 변환은, 좌표평면 위의 모든 점을 $x$축으로 $-a$만큼, $y$축으로 $-b$만큼 평행이동시키는 변환과 같다.
또, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 중심좌표만 평행이동된다.
$\therefore x^2+y^2=16 \rightarrow (x-a)^2+(y-b)^2=16$으로 이동
$\therefore x^2+y^2+4x-2y+c=0 \rightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=5-c$ 이므로
$a=-2,\ b=+1,\ c=5-c=16 \rightarrow c=-11$
$\therefore\ a+b+c=-12$

**27.** $y=-(x-1)^2+2$ 를 $x$ 축 방향으로 $-4$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y=(x+3)^2+5$　② $y=-(x-5)^2+5$

③ $y=-(x+3)^2+5$　④ $y=-(x-5)^2-1$

⑤ $y=-(x+3)^2-1$

해설

$x-4=x'y+3=y'$ 라 하자.
평행이동 된 $x', y'$ 를 원식에 대입하면,
$y'-3=-(x'+4-1)^2+2$
$\Rightarrow \quad y'=-(x'+3)^2+5$
$\Rightarrow \quad y=-(x+3)^2+5$

**28.** 원점에 대하여 대칭 이동하였을 때, 자기 자신과 일치하는 도형의 방정식을 <보기> 에서 모두 고르면?

<보기>

㉠ $y = -x$ ㉡ $|x + y| = 1$

㉢ $x^2 + y^2 = 2(x + y)$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $y = -x$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은 $-y = -(-x)$ 이다.

㉡ $|x + y| = 1$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은 $|-x - y| = 1$ 이므로 $|x + y| = 1$

㉢ $x^2 + y^2 = 2(x + y)$ 를 원점에 대하여 대칭 이동 한 도형의 방정식은 $(-x)^2 + (-y)^2 = 2(-x - y)$ 이므로 $x^2 + y^2 = -2(x + y)$

**29.** 직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 $y$ 절편이 $-3$ 일 때, 상수 $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

직선 $y = 2x + k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $-y = -2x + k$, 즉 $y = 2x - k$
이 때, 이 직선의 $y$ 절편이 $-3$ 이 되어야 하므로
$-k = -3$
$\therefore k = 3$

**30.** 원 $x^2+y^2+2x-4y+4=0$을 $x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로 $n$만큼 평행이동하였더니 직선 $y=x$에 대하여 대칭인 도형이 되었다. 이때 $2m-n$의 값은?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

원 $x^2+y^2+2x-4y+4=0$,
즉 원 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$을
$x$축의 방향으로 $m$만큼, $y$축의 방향으로 $n$만큼
평행이동한 도형은 중심이 $(-1+m,\ 2+n)$이고
반지름의 길이가 1인 원이다.
이때 두 원이 직선 $y=x$에 대칭이므로
$(-1+m,\ 2+n)=(2,\ -1)$
$m=3,\ n=-3$이므로 $2m-n=9$