

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 6과 18의 최대공약수는 3 이다.
- ② 설악산은 제주도에 있다.
- ③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.
- ④ $x + 1 < 0$
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식을 말한다. ①, ②는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다. 그러나 ④는 x 의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

2. 다음 명제 중에서 그 부정이 참인 것을 모두 고르면?

- ① $2 < \sqrt{6} \leq 3$ ② 2는 소수가 아니다.
③ $2 > 3$ 또는 $3 \leq 5$ ④ $2 \leq \sqrt{3} < 3$
⑤ 24는 4와 6의 공배수이다.

해설

거짓인 명제의 부정은 참이므로 거짓인 명제를 찾으면 된다. ①, ③, ⑤는 참인 명제이고, 2는 소수이고 $\sqrt{3} = 1.7\cdots$ 이므로 ②, ④는 거짓인 명제이다.

3. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$ 최솟값은 9

4. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\Leftrightarrow (Q^c)^c \subset P^c$$

$$\Leftrightarrow Q \subset P^c$$

5. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

6. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

해설

i) $A - B = (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2)$
 $= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore A > B$

ii) $B - C = (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1)$
 $= 1 - \sqrt{3} < 0$
 $\therefore B < C$

iii) $C - A = (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1)$
 $= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$
 $\therefore C > A$

따라서 $B < A < C$

7. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?
- ① $\emptyset$ ② $\{0, 1\}$ ③ $\{3, 4, 5\}$
④ $\{2, 3, 4, 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
 $x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
 $x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
 $x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
 $x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$

8. x, y 가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$ 일 때 $x + 3y$ 의 최댓값은?

① 5

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠 부등식에 의하여
 $(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$
이 때, $x^2 + y^2 = 10$ 이므로
 $100 \geq (x + 3y)^2$
 $\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$
(단, 등호는 $x = \frac{y}{3}$ 일 때 성립)
따라서 최댓값은 10이다.

9. 다음 명제 중 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것은? (a, b, x, y 는 실수)

- ① $p : a > 3, q : a^2 > 9$
- ② $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수
- ③ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$
- ④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$
- ⑤ $p : a < b, q : |a| < |b|$

해설

$q \Rightarrow p$ 즉 $Q \subset P$ 인 것을 고른다.

② $q : x$ 는 6의 배수 $\Rightarrow p : x$ 는 3의 배수 (참)

10. 세 조건 p, q, r 에 대하여 $\sim p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 일 때, 조건 p 가 r 이기 위한 필요충분조건이라면 다음 중 어떤 조건이 더 필요한가?

① $p \Rightarrow q$

② $q \Rightarrow r$

③ $p \Rightarrow r$

④ $\sim q \Rightarrow p$

⑤ $\sim r \Rightarrow p$

해설

$$r \Rightarrow \sim q \text{ 이므로 } q \Rightarrow \sim r$$

$$\sim p \Rightarrow q \text{ 이고 } q \Rightarrow \sim r \text{ 이므로 삼단논법에 의하여 } \sim p \Rightarrow \sim r$$

$$\therefore r \Rightarrow p$$

따라서, $p \Leftrightarrow r$ 가 되려면 $r \Rightarrow p$ 이외에 $p \Rightarrow r$ 가 더 필요하다.