

1. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) $= 7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

3. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

- ①

$\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$
- ②

$\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$
- ③

$\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$
- ④

$\frac{1}{2^2 \times 3^2}$
- ⑤

$\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠

$2^4 = 8$

㉡

$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢

$3^2 = 2^3$

㉤

$\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥

$\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

5. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

6. 1 부터 80 까지의 자연수 중에서 80 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 32 개

▷ 정답 : 32 개

해설

80을 소인수분해하면 $80 = 2^4 \times 5$
80과 공약수가 1개인 수는 2의 배수도 아니고 5의 배수도 아닌 수이므로
 $80 - (2\text{의 배수의 개수}) - (5\text{의 배수의 개수})$
 $+ (10\text{의 배수의 개수}) = 80 - 40 - 16 + 8 = 32$ (개)

7. $3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

① $2^2 \times 3^2$

② 5×7^2

③ $2^3 \times 3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 7^2$

⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수 : $3^2 \times 5^2$

8. 소인수분해를 이용하여 27 과 45 의 최대공약수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$27 = 3^3, 45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{두 수의 최대공약수는 } 3^2 = 9$$

9. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면?

- ① 3
- ② 5
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 15

해설

3) 15

5

3) 45

3) 15

5

3) 90

3) 30

2) 10

5

15=3×5 45=3²×5 24=2×3²×5

따라서, 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

10. 1에서 100까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

이

때, 세 수의 합이 21의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를
 $(a-1, a, a+1)$ ($2 \leq a \leq 99$)라 하면,
 $(a-1) + (a) + (a+1) = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow 3a = 21$ 의 배수
 $\Rightarrow a = 7$ 의 배수
 $\therefore 2 \leq a \leq 99$ 일 때, 7의 배수는 14개

11. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉤ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉢, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉤

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉤ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

12. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.
- ② 7 은 소수이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
- ⑤ 1 은 합성수이다.

해설

- ③ 2 는 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

13. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

14. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

15. 두 수 $2^3 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수가 60 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로, $a = 1, b = 2$
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

16. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

17. 다음 네 수 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175$, $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$, $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$, $144 \times 75 \times 7^d$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

최대공약수가 $2^2 \times 7 \times 90 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이
 $2^a \times 3^5 \times 7 \times 175 = 2^a \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2$
 $2^5 \times 3^b \times 5^3 \times 7^2$
 $2^6 \times 3^3 \times 5^c \times 7^3$
 $144 \times 75 \times 7^d = 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^d$ 이다.
주어진 네 수의 2의 지수를 비교하면
모두 3보다 크므로 a 는 3이어야 한다.
주어진 네 수의 3의 지수를 비교하면
모두 2보다 크므로 b 는 2이어야 한다.
주어진 네 수의 5의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 c 는 1이어야 한다.
주어진 네 수의 7의 지수를 비교하면
모두 1보다 크므로 d 는 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$, $d = 1$ 이므로
 $(a+b+c) \times d = (3+2+1) \times 1 = 6$ 이다.

18. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$ 약수의 개수 : $(a + 1) \times (b + 1) = c$ (개)

- ① 1, 2, 3 ② 1, 2, 6 ③ 2, 4, 8 ④ 2, 5, 8 ⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.
또한 50 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.
따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

19. 다음 중 옳은 것은?

- ① 6 과 21 은 서로소이다.
- ② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설

- ① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
- ② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
- ③ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

20. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

21. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

22. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 풀이어야
한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

23. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

24. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

25. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.