1. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$이 x에 대한 항등식이 되도록 $a,\ b,\ c$의 값을 정하면?

① $a = 1,\ b = -1,\ c = 2$

② $a = -1,\ b = 1,\ c = -2$

③ $a = 1,\ b = 1,\ c = 2$

④ $a = -1,\ b = -1,\ c = -2$

⑤ $a = 1,\ b = -1,\ c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore\ a = 1$

$x = 1$을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore\ b = -1$

$x = -2$를 대입 $12 = 6c \quad \therefore\ c = 2$

2. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 $x-2$, $x-1$로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b라 할 때, $a+b$의 값은?

① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$f(x) = (x-2)Q(x) + a$

$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$

$f(2) = 4 = a,\ f(1) = -2 = b$

$\therefore a + b = 2$

3. k의 값에 관계없이 $(2k^2-3k)x-(k+2)y-(k^2-4)z=28$이 항상 성립하도록 x, y, z의 값을 정할 때, $3x+y+z$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k에 대해 정리하면

$(2x-z)k^2-(3x+y)k-(2y-4z+28)=0$

$\therefore\ 2x-z=0, 3x+y=0, 2y-4z+28=0$

$z=2x,\ y=-3x$을 $2y-4z+28=0$에 대입하면

$x=2,\ y=-6,\ z=4$

$\therefore\ 3x+y+z=4$

4. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1, x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 4, -18 이라고 한다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $x+4$ ② $x-4$ ③ $22x+26$

④ $22x-26$ ⑤ $x-18$

해설

$f(-1)=4,\ f(-2)=-18$

$f(x)=(x+1)(x+2)Q(x)+ax+b$

$-a+b=4,\ -2a+b=-18$

$\therefore\ a=22,\ b=26$

5. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-3x+2 일 때, $A+B$ 는?

① $2x^2-x-1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2-2x-1$

④ $2x^2-2x+1$ ⑤ $2x^2-2x+3$

해설

$G=x-1,\ L=(x-1)^2(x+2)$

$A=(x-1)^2=x^2-2x+1,\ B=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$A+B=2x^2-x-1$

6. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $xf(x)+3$을 $x-1$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x),\ R$

② $Q(x),\ R+3$

③ $xQ(x), R$

④ $xQ(x),\ R+3$

⑤ $xQ(x)+R,\ R+3$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

$$\begin{aligned} xf(x)+3 &= (x-1)xQ(x)+Rx+3 \\ &= (x-1)xQ(x)+R(x-1)+R+3 \\ &= (x-1)\{xQ(x)+R\}+R+3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x)+R$, 나머지 : $3+R$

7. x 의 다항식 $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수 a 의 값을 구하면?

① $a = 0$ 또는 2 ② $a = 1$ 또는 2 ③ $a = -1$ 또는 2

④ $a = 0$ 또는 1 ⑤ $a = 0$ 또는 -2

해설

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은 $x - 1$ 또는 $x + 1$ 뿐이다.

(i) $f(1) = 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = 0$

(ii) $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$ 에서 $a = 2$

8. $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$가 이차식의 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 상수 k의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-k$

$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)-k$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)-k$

$x^2+5x=X$로 치환하면

(준식) $=(X+4)(X+6)-k$

$=X^2+10X+24-k$

완전제곱식이 되려면 $24-k=25$

$\therefore\ k=-1$

9. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$

$$=\frac{a_1}{x-1}+\frac{a_2}{x-2}+\cdots+\frac{a_{2007}}{x-2007}$$

이 성립할 때, $a_1+a_2+\cdots+a_{2007}$의 값을 구하면?

① 1 ② −1 ③ 1997

④ 0 ⑤ −1997

해설

우변을 통분하면

$$\frac{(a_1+a_2+\cdots+a_{2007})x^{2006}+\cdots}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$

$$=\frac{1}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$

주어진 등식은 항등식이므로 분자의 계수를 비교하면

$a_1+a_2+\cdots+a_{2007}=0$

10. 다항식 $A(x)=x^3+px^2+3x+1$을 다항식 $B(x)=x^2+qx+3$으로 나눈 나머지를 $R(x)$라 하자. $B(x)$와 $R(x)$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $R(2)$의 값은?

① -6 ② -4 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A=BQ+R$에서 A, B의 $G.C.M.$과 B, R의 $G.C.M.$은 일치한다.
($\Leftarrow$ *Euclid* 호제법)
그러므로 $x-1$은 $A(x)$, $B(x)$의 공약수이다.
$\therefore$ $A(1)=0$에서 $p=-5$,
$B(1)=0$에서 $q=-4$
$x^3-5x^2+3x+1=(x^2-4x+3)Q(x)+a(x-1)$
양변에 $x=3$을 대입하면 $-8=2a$ $\therefore$ $a=-4$
$\therefore$ $R(x)=-4(x-1)$ $\therefore$ $R(2)=-4$