

1. 이차함수 $y = 2x^2 + kx - k$ 의 그래프가 x 축과 만나도록 하는 상수 k 의 값이 아닌 것은?

① -8

② -1

③ 0

④ 5

⑤ 8

해설

이차방정식 $2x^2 + kx - k = 0$ 에서 $D = k^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k) \geq 0$ 이어야 하므로

$$k^2 + 8k \geq 0, \quad k(k + 8) \geq 0$$

$$\therefore k \leq -8 \text{ 또는 } k \geq 0$$

따라서 위의 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은 ②이다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

3. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

4. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

5. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

6. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

7. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 12$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나기 위한 k 의 최솟값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

두 그래프가 만나려면 연립 방정식의 판별식이 0 보다 크거나 같아야 한다.

$$\Rightarrow 2x + k = x^2 - 6x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 12 - k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4^2 - 12 + k \geq 0$$

$$\Rightarrow k \geq -4$$

$\therefore$ 최솟값 : -4

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값은?

① -81 ② -45 ③ 0 ④ 5 ⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$

의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

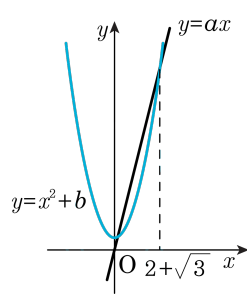
$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

9. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$x^2 + b = ax,$$

즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이때, a, b 는 모두 유리수이므로

방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$$

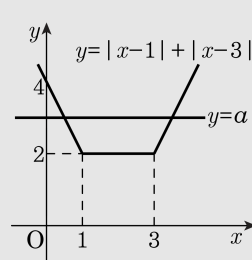
$$\therefore a + b = 5$$

10. x 의 방정식 $|x-1| + |x-3| = a$ 가 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 실수 a 의 값의 범위는?

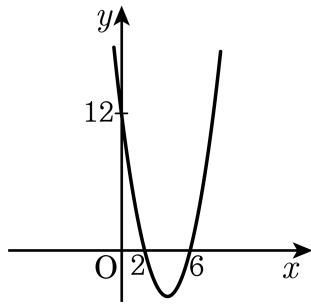
① $a < 1$ ② $a > 1$ ③ $a < 2$ ④ $a > 2$ ⑤ $a < 3$

해설

좌 우변을 각각 그래프를 그려보면
 $a > 2$



11. 다음은 이차함수 $y = (x - 2)(x - 6)$ 의 그래프이다.



이 이차함수가 x 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차방정식 $(x - 2)(x - 6) = 0$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 6$
따라서 A (2, 0), B (6, 0) 이므로 $\overline{AB} = 4$

12. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 + k$$

최솟값은 $-8 + k$

$$y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$$

$$= -2(x - 1)^2 + 4 - 2k$$

최댓값은 $4 - 2k$

$$-8 + k = 4 - 2k$$

$$\therefore k = 4$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4x - 6 \\&= -2(x + 1)^2 - 4 \\x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } -4 \text{를 갖는다.}\end{aligned}$$

14. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

① $y = 2(x - 1)^2 + 3$

② $y = -x^2 + x + 3$

③ $y = -(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -3(x + 2)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}(x + 3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

15. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x-1)(x+3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \\ &= -(x+1)^2 + 4 \\ x &= -1 \text{ 일 때, 최댓값 } 4 \text{ 를 가진다.} \end{aligned}$$

16. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 5$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 5 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -3(x - 1)^2 - 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 -2 를 갖는다.

17. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 점 (2, 5) 를 지나고, y 절편이 37 인 이차 함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이므로
 $y = a(x - 3)^2 + q$
점 (2, 5) 와 y 절편 (0, 37) 를 지나므로
 $5 = a + q, 37 = 9a + q$
 $a = 4, q = 1$
 $\therefore y = 4(x - 3)^2 + 1$
따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

18. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

19. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

20. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 최솟값 -3 을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -8$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = 2(x-2)^2 - 3$ 이고, 전개하면
 $y = 2(x-2)^2 - 3 = 2(x^2 - 4x + 4) - 3 = 2x^2 - 8x + 5$ 이다.
 $y = 2x^2 - 8x + 5$ 이므로 $b = -8, c = 5$ 이다.