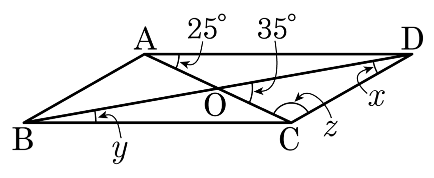
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x - \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하면?

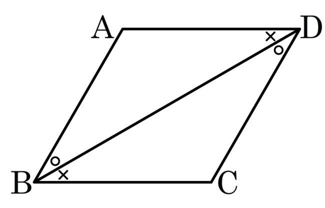


① 105° ② 115° ③ 125° ④ 135° ⑤ 145°

해설

$\angle COD = \angle OAD + \angle ADB$, $\angle ADB = 35° - 25° = 10°$, $\angle ADB = \angle DBC = 10° = y$ 이다. $\angle x + \angle z = 180° - 35° = 145°$ 이다.
따라서 $\angle x - \angle y + \angle z = 145° - 10° = 135°$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.'를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

3. 다음 조건 중에서 사각형 ABCD 는 평행 사변형이 될 수 없는 것은?

① $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

③ $\angle B + \angle C = 180°, \angle A + \angle B = 180°$

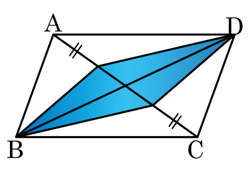
④ $\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$(점 O는 대각선의 교점이다.

⑤ $\overline{AD}//\overline{BC}, \overline{AB}//\overline{DC}$

해설

① 반례는 등변사다리꼴이 있다.

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 꼭짓점 A, C 로부터 거리가 같도록 두 점을 잡았다. 색칠한 사각형은 어떤 사각형인가?

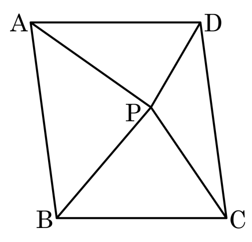


① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

두 점을 각각 E, F 라고 하고 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점을 O 라고 하면
$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.
그런데 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
색칠한 부분의 사각형은 평행사변형이다.

5. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 60 이고 $\triangle ABP$ 의 넓이가 20 일 때, $\triangle PCD$ 의 넓이는?



① 10　② 20　③ 30
④ 40　⑤ 50

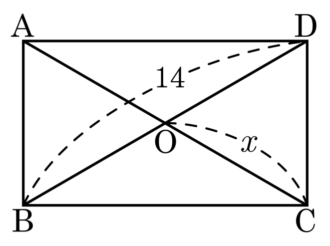
해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$

$60 = 2 \times (20 + \triangle PCD)$

$\therefore \ \triangle PCD = 10$

6. □ABCD 가 직사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.

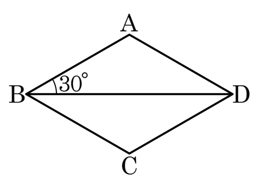


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 이등분하기 때문에 $x = 14 \div 2 = 7$ 이다.

7. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. $\angle ABD = 30^\circ$ 일 때, $\angle C$ 의 크기는?

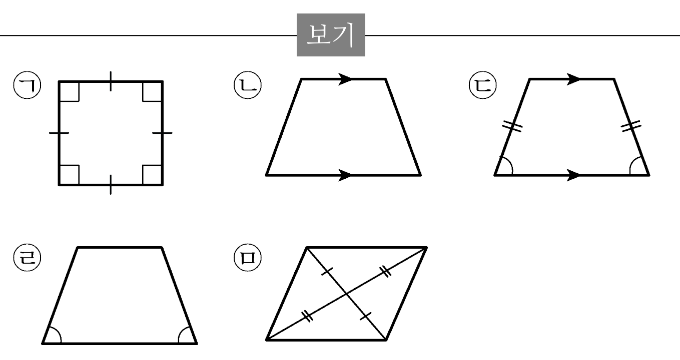


① 100° ② 120° ③ 140°
④ 150° ⑤ 155°

해설
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB = 30^\circ$, $\overline{CB} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CDB = \angle CBD = 30^\circ$
$\therefore \angle C = 180^\circ - 30^\circ \times 2 = 120^\circ$

8. 다음 중 등변사다리꼴인 것은?

보기

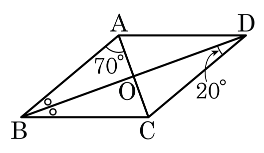


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
㉡ 사다리꼴이다.
㉣ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.
㉤ 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 등변사다리꼴이 아니다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



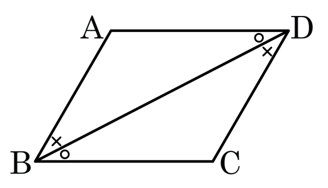
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $70\underline{°}$

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

10. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



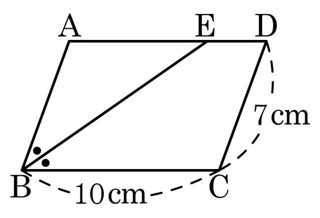
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} =$ $\boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}}$ $= \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB =$ $\boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)
∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\angle ABD$ ③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$ ⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

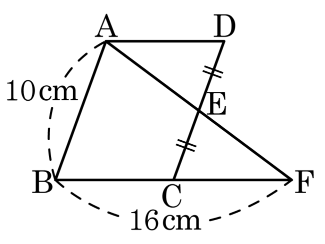
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\mathrm{cm})$

$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 7 = 3(\mathrm{cm})$

12. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

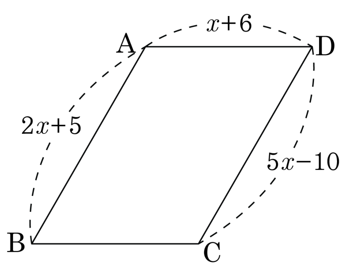


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 9cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle FEC$ 에서
$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11 cm

해설

평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

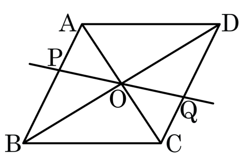
즉, $2x + 5 = 5x - 10$

$x = 5$

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} = x + 6$ 이므로

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = 5 + 6 = 11(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P , Q 라고 한다. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$	㉡ $\overline{OP} = \overline{OQ}$
㉢ $\overline{OB} = \overline{OC}$	㉣ $\angle PAO = \angle QCO$
㉤ $\triangle OAP \equiv \triangle OCQ$	㉥ $\angle QDO = \angle ADO$

▶ 답 :

▶ 답 :

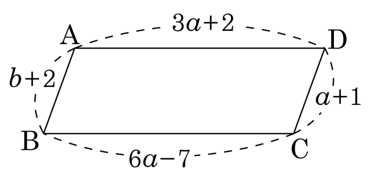
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분한다.
$\triangle OPA$, $\triangle OQC$ 에서
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이고, $\angle BAO = \angle OCD$, $\angle AOP = \angle COQ$ 임으로,
$\triangle OPA \equiv \triangle OQC$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{PO} = \overline{QO}$ 이다.
㉢. 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다. 그러나, 항상 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$ 는 아니다.
㉥. 평행사변형에서 $\angle B = \angle D$ 이지만, $\angle ADO = \angle QDO$ 인지는 알 수 없다.

15. 다음과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

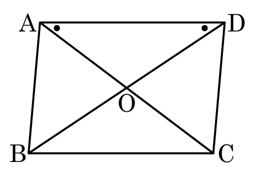
▷ 정답 : 5

해설

평행사변형이 되려면
$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이어야 하므로
$3a+2 = 6a-7$
$3a = 9$
$\therefore\ a = 3$

또한, $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이어야 하므로
$b+2 = a+1$
$b+2 = 4$
$\therefore\ b = 2$
$\therefore\ a+b = 5$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

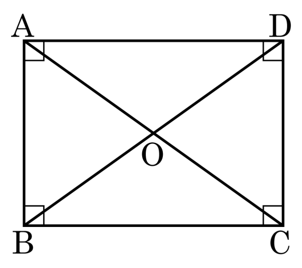


① $\angle A = \angle B$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

17. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB}=\overline{CD}$	㉡ $\overline{AB}//\overline{CD}$
㉢ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$	㉣ $\angle A+\angle B=180°$
㉤ $\overline{BO}=\overline{DO}$	㉥ $\overline{AB}=\overline{BC}$

▶ 답 :

▶ 답 :

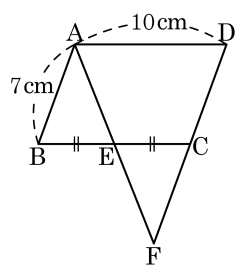
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건
두 대각선이 이루는 각이 $90°$ 이다. → ㉢ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
이웃한 두변의 길이가 같다. → ㉥ $\overline{AB}=\overline{BC}$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?

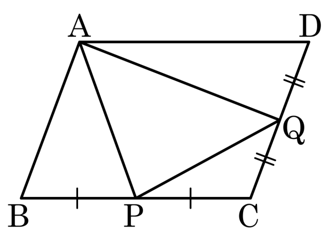


① 7 cm　② 9 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)
$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)
$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$
$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$

19. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



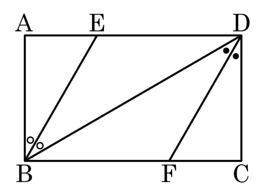
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

$\triangle APQ = \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ$
$= 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{8} \times 64$
$= 64 - 16 - 16 - 8$
$= 24\,(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8\text{cm}$일 때, □EBFD의 둘레는?



① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

해설

$\overline{EB} /\!/ \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.
따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{DE} = 8\text{cm}$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(\text{cm})$이다.