1. 다음 중 두 수가 서로소인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 2,6 ② 3,11 ③ 8,10 ④ 12,15 ⑤ 9,16

해설

1 이외에 공약수를 갖지 않는 두 자연수를 서로소라고 한다.

2. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

3. 84의 약수이고 동시에 120의 약수가 되는 수는 $\square$ 의 약수일 때, $\square$ 에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로

84와 120의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

$\therefore \square = 12$

4. 두 자연수 $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2 \times 3^3 \times 7$ 의 공약수의 개수는?

- ① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×3^2
 $\therefore$ 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)

7. 15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

15 이하의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는
1, 5, 7, 11, 13
따라서 서로소인 자연수들의 합은 37

8. A 는 15의 약수의 모임이고, B 는 어떤 수의 약수의 모임일 때, A 와 B 의 공통된 수의 개수는 1개이다. 어떤 수가 될 수 있는 모든 자연수들의 합을 구하여라. (단, 어떤 수는 10보다 작은 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$15 = 3 \times 5$$

15와 어떤 수의 공약수가 개수가 1개, 즉 서로소이므로 어떤 수는 10미만의 자연수 중 3과 5의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8이다.

따라서 어떤 수가 될 수 있는 자연수들의 합은 22이다.

9. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
- ㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
- ㉢ 공약수가 1 인 두 자연수는 서로소이다.
- ㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7 과 서로소인 소수는 5 개이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

- ㉡ 반례: 8 과 25 는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.
- ㉣ 1 은 모든 두 자연수의 공약수이다.

10. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

12. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

13. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108	126
-----	-----

- ① 2×3 ② $2^2 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$
④ 2×3^2 ⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2)108 \\ \underline{2) 54} \\ 3) 27 \\ \underline{3) 9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2)126 \\ \underline{3) 63} \\ 3) 21 \\ \underline{7} \end{array}$$

$$108=2^2 \times 3^3 \quad 126=2 \times 3^2 \times 7$$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

14. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.
(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

- ① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② $2, 2 \times 3$
③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ $2, 2 \times 5$
⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

15. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
따라서 $a = 2$, $b = 2$, $c = 2$ 이다.

16. 두 수 $3^x \times 7^5 \times 11^7$, $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 의 최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

최대공약수가 $3^2 \times 7^3 \times 11^5$ 이고
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 3 의 지수가 3 이므로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 7 의 지수가 3 이어야 한다.
또한,
 $3^x \times 7^5 \times 11^7$ 에서 11 의 지수가 7 이므로
 $3^3 \times 7^y \times 11^z$ 에서 11 의 지수가 5 이어야 한다.
따라서 $x = 2$, $y = 3$, $z = 5$ 이다.

17. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고

주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$$

$$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로

$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야 한다.

2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.

주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3, b = 1, c = 1, d = 1$ 이므로

$$(a+b+c) \times d = (3+1+1) \times 1 = 5 \text{ 이다.}$$

18. 세 자연수 45, A, 90의 최대공약수가 15일 때, A가 될 수 있는 값 중 가장 큰 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

A는 15를 약수로 갖고 있으므로, 두 자리 자연수인 15의 배수를 나열해 보면 다음과 같다.

15, 30, 45, 60, 75, 90

이 중, 45, 90과의 최대공약수가 15가 될 수 있는 자연수는 15, 30, 60, 75이다.

이 중 가장 큰 수는 75이다.

19. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 10 ⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10
공약수 중 소수 : 2, 5
(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

20. 두 자연수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 2^2

② 2×5

③ 5

④ $2^2 \times 5$

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$

해설

⑤ $2^3 \times 3 \times 5^2$ 은 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 최소공배수이다.

21. 45와 75의 공약수의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$
45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$
공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개)

23. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2+1) = 3$

24. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$

26. 다음에서 350 과 서로소인 수를 모두 골라라.

- ㉠ 21 ㉡ 46 ㉢ 9 ㉣ 23 ㉤ 25
㉥ 169

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로

2, 5, 7의 배수가 아닌 수를 찾는다.

2의 배수는 46, 5의 배수는 25, 7의 배수는 21 이므로 350 과 서로소인 수는 9, 23, 169이다.

27. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

28. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

29. a, b 의 최대공약수가 36일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.

㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.