

1. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\right)$ 의 제곱근 $= \pm \frac{1}{9}$

③ (1.5 의 제곱근) $= \pm \sqrt{1.5}$

④ (155 는 제곱수가 아니므로 155 의 제곱근) $= \pm \sqrt{155}$

⑤ (66 은 제곱수가 아니므로 66 의 제곱근) $= \pm \sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

2. a 가 자연수이고 $\sqrt{\frac{18a}{5}}$ 가 정수일 때, a 의 값 중 가장 작은 값은?

① 2

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 30

해설

$$\sqrt{\frac{18a}{5}} = \sqrt{\frac{2 \times 3^2 \times a}{5}}$$

$$\therefore a = 2 \times 5 = 10$$

3. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ 3

㉡ 4

㉢ 19

㉣ 26

㉤ 36

해설

- ㉠ $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.
㉣ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

4. 다음 수들을 나열할 때, 중간에 위치하는 수는?

4, 5, $3\sqrt{3}+1$, $4\sqrt{2}-1$, $2\sqrt{7}-1$

① 4

② 5

③ $3\sqrt{3}+1$

④ $4\sqrt{2}-1$

⑤ $2\sqrt{7}-1$

해설

$$3\sqrt{3}+1 = \sqrt{27}+1 \approx 6. \dots$$

$$4\sqrt{2}-1 = \sqrt{32}-1 = 4. \dots$$

$$2\sqrt{7}-1 = \sqrt{28}-1 = 4. \dots$$

$$\begin{aligned} 4\sqrt{2}-1 - (2\sqrt{7}-1) &= 4\sqrt{2}-2\sqrt{7} \\ &= \sqrt{32}-\sqrt{28} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{이므로 } 4\sqrt{2}-1 > 2\sqrt{7}-1$$

$$\therefore 4, 2\sqrt{7}-1, 4\sqrt{2}-1, 5, 3\sqrt{3}+1$$

중간에 위치하는 수는 $4\sqrt{2}-1$ 이다.

5. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$ ③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$
④ $2x + 1 = 1$ ⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

6. 다음 수들을 소수로 나타낼 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은?

- ① $0.\dot{6} + \sqrt{3}$
- ② $\frac{3}{\sqrt{4}}$
- ③ $\sqrt{0.25}$
- ④ $\frac{1}{3}$
- ⑤ $\sqrt{\frac{9}{4}}$

해설

② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3} = 0.3333 \cdots$ ⑤ $\frac{3}{2}$

7. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 9$	㉡ $x^2 = 121$	㉢ $x^2 = \frac{16}{25}$
㉤ $x^2 = \frac{8}{49}$	㉥ $x^2 = 7$	

- ① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉢,㉤ ④ ㉢,㉥ ⑤ ㉤,㉥

해설

㉠ $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$
㉡ $x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$
㉢ $x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$
㉤ $x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$
㉥ $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

8. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$\sqrt{121}, \frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{0.04}, \sqrt{3}-2$

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{0.04} = 0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{3}-2$: 무리수

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{9}$ 는 자연수이다.
- ② π 는 자연수이다.
- ③ $\sqrt{12}$, $\frac{\sqrt{8}}{2}$, $-\sqrt{0.1}$ 는 모두 무리수이다.
- ④ 4는 유리수도 무리수도 아니다.
- ⑤ $1 - \sqrt{7}$ 는 무리수이다.

해설

- ② π 는 무리수이다.
- ④ 4는 유리수이다.

10. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

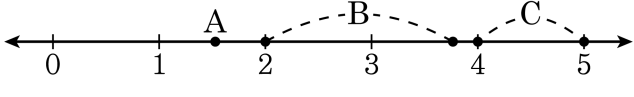
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

11. 보기의 내용은 다음의 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $\sqrt{17}$ 은 C 구간에 위치한다.
- ㉡ $-\sqrt{2}+3$ 은 점 A 에 대응한다.
- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 유한개다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 10 개이다. (단, n 은 자연수이다.)
- ㉤ $\sqrt{19}-4$ 는 점 A 의 왼쪽에 위치한다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- ㉢ B 구간에 존재하는 유리수는 무한개이다.
- ㉣ C 구간에 있는 무리수 $\sqrt{n}$ 의 개수는 $\sqrt{17} \sim \sqrt{24}$, 총 8 개이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

13. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$

㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$

㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉢, ㉣

해설

$a < 0$ 이므로

㉠ $-\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

㉡ $\sqrt{(3a)^2} = -3a$

㉤ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2}$
 $= 10 \times (-10a) = -100a$

14. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

15. $2 < \sqrt{x-4} < 3$ 을 만족하는 정수 x 의 값은 몇 개인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$2 < \sqrt{x-4} < 3$$

$$x-4 \geq 0 \text{ 일 때}$$

$$4 < x-4 < 9, 8 < x < 13$$

$$x = 9, 10, 11, 12$$

$$x-4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-9 < x-4 < -4, -5 < x < 0$$

$$x = -4, -3, -2, -1$$

16. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

17. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$|a| < |b| \cdots (1)$

$a > 0, b < 0 \cdots (2)$

(1), (2)에 의해 $\ominus a + b < 0$

18. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

19. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

① $\sqrt{xy}$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$

③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$

④ $\sqrt{-x^2y}$

⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1, \frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

20. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$