

1. $a * b = (a + b)^2$ 으로 정의할 때, $2x * (-y) + x * 2y$ 를 간단히 하면??

① $2x^2 + 2y^2$

② $3x^2 + 3y^2$

③ $4x^2 + 4y^2$

④ $5x^2 + 5y^2$

⑤ $6x^2 + 6y^2$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - y)^2 + (x + 2y)^2 \\ &= 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 \\ &= 5x^2 + 5y^2 \end{aligned}$$

2. $(x-2)(x^2+4)(x+2)$ 을 전개하면?

① $x^2 - 16$

② $x^2 + 4$

③ $x^4 - 4$

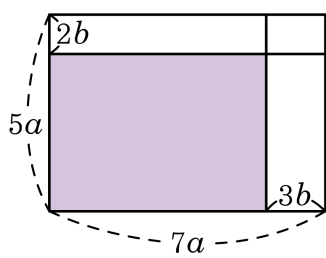
④ $x^4 - 16$

⑤ $x^4 + 4$

해설

$$(x-2)(x+2)(x^2+4) = (x^2-4)(x^2+4) = x^4-16$$

3. 다음 그림과 같이 색칠한 부분의 직사각형의 넓이는?



- ① $25a^2 + 9b^2$ ② $25a^2 - 10ab + 4b^2$
③ $35a^2 - 3ab + 16b^2$ ④ $35a^2 - 21ab + 6b^2$
⑤ $35a^2 - 29ab + 6b^2$

해설

(직사각형의 넓이)
= (가로) $\times$ (세로)
= $(7a - 3b)(5a - 2b)$
= $35a^2 - 29ab + 6b^2$

4. 곱셈 공식을 이용하여 다음 수의 값을 계산할 때, 나머지 넷과 다른 공식이 적용되는 것은?

- ① 1.7×2.3
- ② 94×86
- ③ 28×31
- ④ 99×101
- ⑤ 52×48

해설

- ①, ②, ④, ⑤ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ③ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

5. 일차식 $5x - 2$ 가 다항식 $15x^2 + 14x + A$ 의 인수일 때, A 의 값을 구하면?

① -8 ② $-\frac{8}{5}$ ③ -2 ④ 12 ⑤ 27

해설

$$\begin{aligned} 15x^2 + 14x + A &= (5x - 2)(3x + a) = 15x^2 + 5ax - 6x - 2a \\ 5a - 6 &= 14 \quad \therefore a = 4 \\ \therefore A &= -2a = -8 \end{aligned}$$

6. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 $x = 2$

7. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

- ① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$ ② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$
③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$ ④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$
⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

8. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 5 = 0$ 의 두 근이 $x = 2$, $x = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 2)(x - b) = 0$$

$$x^2 - (2 + b)x + 2b = 0$$

$$2 + b = -a, \quad 2b = -a - 5$$

$$\therefore b = -3, \quad a = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

9. 이차방정식 $(x-a)^2 = 2b$ 의 근이 $3 \pm 2\sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$(x-a)^2 = 2b, \quad x = a \pm \sqrt{2b} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

10. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이라면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$2(x - 4x + 4) = 0$

$2(x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

11. 이차방정식 $x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 갖도록 a 의 값을 정하고,
이 때의 중근을 구하면? (단, $a > 2$)

① $a = 2$, $x = 1$

② $a = -2$, $x = -1$

③ $a = 10$, $x = 5$

④ $a = 10$, $x = -5$

⑤ $a = 10$, $x = -1$

해설

$x^2 - ax + 3a - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{-a}{2}\right)^2 = 3a - 5$$

$$a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$(a - 10)(a - 2) = 0$$

$$a = 10 (\because a > 2)$$

$$x^2 - 10x + 3 \times 10 - 5 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 (\text{중근})$$

12. 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2 - x + A = 0$ 의 근이 $x = B \pm \sqrt{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}x^2 - x + A &= 0 \\ x^2 - 2x + 2A &= 0 \\ x^2 - 2x + 1 &= -2A + 1 \\ (x-1)^2 &= -2A + 1 \\ \therefore x &= 1 \pm \sqrt{-2A+1} \\ B = 1, -2A + 1 &= 3, A = -1 \\ \therefore A - B &= -1 - 1 = -2\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $(x+1)(x-3) - \frac{x^2+1}{4} = 3(x-1)$ 의 근은?

① $x=0$ 또는 $x=\frac{20}{3}$

② $x=\frac{5\pm 2\sqrt{53}}{6}$

③ $x=\frac{10\pm 2\sqrt{53}}{3}$

④ $x=\frac{5\pm \sqrt{103}}{6}$

⑤ $x=\frac{10\pm \sqrt{103}}{3}$

해설

$$(x^2 - 2x - 3) - \frac{x^2 + 1}{4} = 3x - 3$$

$$4x^2 - 20x - x^2 - 1 = 0$$

$$3x^2 - 20x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{10 \pm \sqrt{103}}{3}$$

14. 다음 식이 x 에 관한 일차식의 완전제곱식이 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

$$\frac{4x^2 + 3x + (k + 1)}{12}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{7}{16}$

해설

$\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{k+1}{12} = 0$ 의 이차방정식으로 보면 중근을 갖는 경우이다.

양변에 12를 곱하면

$$4x^2 + 3x + k + 1 = 0$$

$$D = 9 - 4 \times 4(k + 1) = 0$$

$$9 - 16k - 16 = 0, 16k = -7$$

$$\therefore k = -\frac{7}{16}$$

15. 사과 154 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 사과의 수는 학생 수보다 3 만큼 작다. 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 14 명

해설

학생 수를 x , 사과 수를 $x - 3$ 라고 하면
 $x(x - 3) = 120$
 $x^2 - 3x - 154 = 0$
 $(x - 14)(x + 11) = 0$
 $x = 14$ 또는 $x = -11$
 $\therefore x = 14$

16. $\sqrt{x} = a - 1$ 이고, $-1 < a < 3$ 일 때, $\sqrt{x+4a} + \sqrt{x-4a+8}$ 을 간단히 하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x} = a - 1 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x = (a - 1)^2 \\ & \sqrt{a^2 + 2a + 1} + \sqrt{a^2 - 6a + 9} \\ &= \sqrt{(a + 1)^2} + \sqrt{(a - 3)^2} \\ &= |a + 1| + |a - 3| \\ &= a + 1 - a + 3 = 4 \end{aligned}$$

17. 가로 길이가 $x+y+1$ 인 직사각형의 넓이가 $x^2+y^2+2xy-x-y-2$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이는 $ax+bx+c$ 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=6$

해설

$$x^2+y^2+2xy-x-y-2=(x+y)^2-(x+y)-2$$

$x+y=X$ 라 두면

$$X^2-X-2=(X+1)(X-2)$$

따라서 세로의 길이는 $x+y-2$ 이므로

둘레의 길이는 $2(x+y+1+x+y-2)=4x+4y-2$ 이다.

따라서 $a+b+c=6$ 이다.

18. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3+7+11+15+19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945+55)(9945-55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

19. $a = \frac{4 - \sqrt{2}}{3}$, $b = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3}$ 일 때, $4a^2 + 4ab + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 4a^2 + 4ab + b^2 &= (2a + b)^2 \\ &= \left(\frac{8 - 2\sqrt{2}}{3} + \frac{4 + 2\sqrt{2}}{3} \right)^2 \\ &= 4^2 \\ &= 16 \end{aligned}$$

20. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

21. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면
 $4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$
 $2m^2 + 10m - 12 = 0$
 $m^2 + 5m - 6 = 0$
 $(m+6)(m-1) = 0$
 $m = -6$ 또는 $m = 1$
i) $m = 1$ 일 때,
 $2x^2 - 8 = 0$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ 또는 $x = -2$ ($-2 < 0$ 이므로 부적합)
ii) $m = -6$ 일 때,
 $-5x^2 + 14x - 8 = 0$
 $5x^2 - 14x + 8 = 0$
 $(x-2)(5x-4) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = \frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)
따라서 $m = -6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$
 $\therefore a = 24, b = 5$
 $\therefore a + b = 15 + 2 = 29$

22. 이차방정식 $(x-11)^2 = \frac{a-7}{4}$ 이 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값 중 가장 작은 자연수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{a-7}{4} \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$a-7 \geq 0$$

$$a \geq 7$$

$\therefore a$ 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 7 이다.

23. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

24. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

25. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

① $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

② $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④ $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤ $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③ $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$