

1. 다음 중 x 에 관한 이차식인 것은?

- ① $2x + 5y - 3$ ② $3x^2 + 1 - 3x^2$ ③ $-\frac{1}{2}x^2 + 3$
④ $3y^2 + 2$ ⑤ $-2x^3 + x^2$

해설

- ① $2x + 5y - 3$: x, y 에 관한 일차식
② 1
③ $-\frac{1}{2}x^2 + 3$: x 에 관한 이차식
④ $3y^2 + 2$: y 에 관한 이차식
⑤ $-2x^3 + x^2$: x 에 관한 삼차식

2. $2x - y + 3 = 3x - 2y + 5$ 임을 이용하여 $x^2 + xy - 3$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x - 3$

② $x^2 + x - 3$

③ $2x^2 + x - 3$

④ $2x^2 + 2x - 3$

⑤ $2x^2 + 3x - 3$

해설

$2x - y + 3 = 3x - 2y + 5$ 를 y 로 정리하면 $y = x + 2$ 이다.

주어진 식에 대입하면

$x^2 + x(x + 2) - 3 = 2x^2 + 2x - 3$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

① $a \geq b$ 일 때, $a + (-7) \leq b + (-7)$

② $a \geq b$ 일 때, $a^2 \geq b^2$

③ $a > b$ 일 때, $\frac{1}{2}a + 2 < \frac{1}{2}b + 2$

④ $a < b$ 일 때, $-5a + \frac{2}{3} > -5b + \frac{2}{3}$

⑤ $a > b$ 일 때, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ($a \neq 0, b \neq 0$)

해설

② $-1 \geq -2$ 이지만 $(-1)^2 \leq (-2)^2$ 이다.

④ $a < b \rightarrow -5a > -5b \rightarrow -5a + \frac{2}{3} > -5b + \frac{2}{3}$

⑤ $a > b$ 이더라도 $\frac{1}{a}$ 와 $\frac{1}{b}$ 의 대소관계는 부호에 따라 달라진다.

4. 부등식 $x - 2 - 3(x - 3) > 6$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x - 2 - 3(x - 3) > 6$$

$$x - 2 - 3x + 9 > 6$$

$$-2x > -1$$

$$x < \frac{1}{2}$$

따라서 만족시키는 가장 큰 정수는 0 이다.

5. 일차부등식 $2(0.2x + 1) \geq x - 1.6$ 을 만족하는 자연수의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$2(0.2x + 1) \geq x - 1.6$$

$$0.4x + 2 \geq x - 1.6$$

양변에 10을 곱하면

$$4x + 20 \geq 10x - 16$$

$$-6x \geq -36$$

$$x \leq 6$$

만족하는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 6개이다.

6. 인정이는 이번 중간고사에서 국어, 영어, 수학, 과학 4 개의 시험에서 각각 45, 50, 61 을 받고 과학 점수는 내일 발표된다고 한다. 평균 60 점 이상이면 핸드폰을 산다고 할 때, 인정이는 과학을 몇 점 이상 받아야 핸드폰을 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 84 점

해설

$$\frac{45 + 50 + 61 + x}{4} \geq 60$$

$$156 + x \geq 240$$

$$x \geq 84$$

7. 다음은 분수를 소수로 바꾸는 과정이다. ㉔에 들어갈 숫자로 옳은 것을 고르면?

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times \text{㉓}}{5^2 \times \text{㉔}} = \frac{\text{㉔}}{100} = \text{㉔}$$

- ① 2 ② 2^2 ③ 8 ④ 12 ⑤ 0.12

해설

$$\frac{3}{5^2} = \frac{3 \times 2^2}{5^2 \times 2^2} = \frac{12}{100} = 0.12$$

∴ ㉔ = 12

8. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 구하여라.

㉠ $\frac{11}{120}$	㉡ $\frac{5}{2 \times 5^2}$	㉢ $\frac{21}{2 \times 3 \times 7^2}$
㉣ $\frac{3}{8}$	㉤ $-\frac{7}{2 \times 5 \times 7}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{㉠} \frac{11}{120} = \frac{11}{2^3 \times 3 \times 5}, \textcircled{㉤} \frac{21}{2 \times 3 \times 7^2} = \frac{1}{2 \times 7}$$

이므로 유한소수가 아니다.

9. 다음 중 순환소수 $x = 0.2\bar{3}$ 을 분수로 나타내려고 할 때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$

② $1000x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 100x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{r} 100x = 23.333\cdots \\ -) 10x = 2.333\cdots \\ \hline 90x = 21 \end{array}$$

따라서 ③ $100x - 10x$ 이다.

10. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 더하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} < \frac{x}{9} &\leq \frac{1}{3} \\ \frac{9}{45} < \frac{5x}{45} &\leq \frac{15}{45} \\ 9 < 5x &\leq 15 \\ \frac{9}{5} < x &\leq 3\end{aligned}$$

만족하는 x 의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

11. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 0.4 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{40}{901}$ ② $\frac{41}{90}$ ③ $\frac{40}{99}$ ④ $\frac{41}{9}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$$\text{연우 : } 0.4 = \frac{4}{9},$$

$$\text{지우 : } 0.4\bar{1} = \frac{41}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$$

12. $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{3}{7}$ 일 때, $\frac{8ab^2 - 6a^2b}{2a^2b^2}$ 의 값은?

① -11

② -13

③ -15

④ -17

⑤ -19

해설

$$\frac{8ab^2 - 6a^2b}{2a^2b^2} = \frac{4}{a} - \frac{3}{b} = 4 \div \left(-\frac{1}{3}\right) - 3 \div \frac{3}{7} = -19$$

13. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$a + 3 = 3a - 1$, $\therefore a = 2$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

14. $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$ 일 때, y 를 x 에 관하여 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -x + 1$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{y}{y-1}}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1)-y}{y-1}} \\ &= \frac{y-1}{-1} = -y+1 \end{aligned}$$

$x = -y + 1$ 에서 y 를 x 에 관하여 풀면 $y = -x + 1$ 이다.

15. 지하철 요금은 1인당 1300원씩이고, 택시는 기본 3km까지는 요금이 2400원이고, 이 후로는 100m당 100원씩 올라간다고 한다. 버스와 택시가 같은 길을 따라간다고 할 때, 3명이 함께 이동할 때, 지하철을 타는 것보다 택시를 타는 것이 유리한 것은 몇 km 떨어진 지점까지인가?

- ① 3.5 km 미만 ② 4.0 km 미만 ③ 4.5 km 미만
④ 5.0 km 미만 ⑤ 5.5 km 미만

해설

택시요금이 100원씩 올라간 횟수를 x 번이라 하면

$$1300 \times 3 > 2400 + 100x$$

$$x < 15$$

$$\therefore 3 + 0.1 \times 15 = 4.5$$

따라서 택시를 타는 것이 유리한 것은 4.5 km 미만까지이다.

16. 40 개가 들어 있는 복숭아를 상자당 20,000 원에 5 상자를 사고, 운 반비로 10,000 원을 지불하였다. 그런데 한 상자에 2 개 폴로 썩은 것이 있어 팔 수 없었다. 복숭아 한 개에 원가의 몇 %이상의 이익을 붙여서 팔아야 전체 들어간 금액의 20% 이상의 이익이 생기겠는지 구하여라.

▶ 답: %이상

▷ 정답 : 27 %이상

해설

총 원가 : $20000 \times 5 + 10000 = 110000$

1 개의 원가 : $110000 \div (5 \times 40) = 550$

$$550 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times 190 \text{ 원}$$

110000 원의 20% 이므로 22000 원이다.

$$550 \times \left(1 + \frac{x}{100}\right) \times 190 \geq 110000 + 22000$$
$$\therefore x \geq 26. \times \times$$

∴ 27% 이상

17. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$ ② $5.3\dot{3}$ ③ $5.\dot{3}4$ ④ $5.\dot{3}5$ ⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

18. 7의 배수가 아닌 자연수 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라 정의한다. 임의의 k ($k \geq 4$)에 대하여 $\frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$, $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ... 와 같이

7의 배수가 아닌 k 에 대하여 $\frac{k}{7}$ 는 소수점 아래 첫째 자리부터

여섯째 자리까지를 순환마디로 하는 순환소수이다.

따라서

$$f(k+3) = f(k-3), f(2k) = f(2k+6)$$

$$\therefore \frac{f(k+3)f(2k)}{f(2k+6)f(k-3)} = \frac{f(k+3)}{f(k-3)} \times \frac{f(2k)}{f(2k+6)} = 1 \times 1 = 1$$

19. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

㉠ $\frac{2}{9}$

㉡ $\frac{2}{5}$

㉢ $\frac{1}{5}$

㉣ $\frac{5}{2}$

㉤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

20. 자연수 n 에 대하여 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n} + 3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $g(n)$ 이라고 할 때, $\frac{f(2009)}{g(2009)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
 3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
따라서 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리 숫자는 5, 3, 5, 7 이 반복된다.
 $\therefore f(2009) = 5$
 $2^{3n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n$ 이고,
 8^n 의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6 이 반복된다.
 9^n 의 일의 자리 숫자는 9, 1 이 반복된다.
따라서 $8^n + 9^n$ 의 일의 자리 숫자는 7, 5, 1, 7 이 반복된다.
 $\therefore g(2009) = 7$
 $\frac{f(2009)}{g(2009)} = \frac{5}{7}$