

1. $x = 1.\dot{8}\dot{2}$ 를 분수로 나타내기 위한 가장 편리한 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$x = 1.\dot{8}\dot{2} \text{ 에서}$$

$$x = 1.82828282\dots$$

$$100x = 182.8282828\dots$$

등식의 성질에 의해 $100x - x = 181$ 이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

2. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^4

② $2a^4$

③ $3a^4$

④ $4a^4$

⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned}4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4\end{aligned}$$

3. $x(y+3x) - y(2x+1) - 2(x^2 - xy - 4)$ 를 간단히 하였을 때, x^2 의 계수와 xy 의 계수의 합은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= xy + 3x^2 - 2xy - y - 2x^2 + 2xy + 8 \\ &= x^2 + xy - y + 8\end{aligned}$$

x^2 의 계수 : 1, xy 의 계수 : 1

$$\therefore 1 + 1 = 2$$

4. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $3a$, $2b$ 인 사각기둥이 있다.
이 사각기둥의 부피가 $60ab^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는?

① $5a$

② $5b$

③ $10a$

④ $10ab$

⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$3a \times 2b \times h = 60ab^2$$

$$6ab \times h = 60ab^2$$

$$\therefore h = 10b$$

5. 다음 등식을 y 에 관하여 풀면?

$$x - 2y = 2x + 3y + 5$$

① $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

② $y = -\frac{1}{5}x - 1$

③ $y = 3x - 1$

④ $y = -2x - \frac{3}{2}$

⑤ $y = x + \frac{5}{3}$

해설

$$x - 2y = 2x + 3y + 5$$

$$-5y = x + 5$$

$$\therefore y = -\frac{1}{5}x - 1$$

6. 다음 중 부등식 $2x + 1 < 3$ 의 해가 아닌 것을 모두 고르면?

① -5

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$2x + 1 < 3$ 에서

$x = 2$ 이면 $5 < 3$ 이므로 거짓이다.

$x = 4$ 이면 $9 < 3$ 이므로 거짓이다.

따라서 해가 아닌 것은 ④, ⑤이다.

7. 어떤 정수의 2 배에서 4 를 빼면 8 보다 작고, 그 정수의 3 배에서 5 를 빼면 7 보다 크다. 어떤 정수는 얼마인가?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

어떤 정수를 x 라고 하면

$$2x - 4 < 8 \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore x < 6$$

$$3x - 5 > 7 \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore x > 4$$

①, ②에서 $4 < x < 6$, $x = 5$

8. 어느 공연의 입장료는 8000 원이고, 60 명 이상의 단체에 대하여는 입장료의 30% 를 할인해 준다고 한다. 몇 명 이상일 때, 60 명의 단체로 입장하는 것이 더 유리한가?

① 40 명

② 41 명

③ 42 명

④ 43 명

⑤ 44 명

해설

관람객의 수를 x 라 할 때

$8000x > 8000 \times 0.7 \times 60$, $x > 42$ 이므로

따라서 43 명 이상일 때 유리하다.

9. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

10. 다음 수직선은 어느 부등식의 해를 나타낸 것이다. 다음 중 이 부등식이 될 수 없는 것은?



① $2(x + 1) \geq 8$

② $x - 3 \geq 0$

③ $2 - 3x \geq -7$

④ $x \geq 3$

⑤ $-\frac{1}{2}x + 4 \leq 2.5$

해설

① $x \geq 3$, ② $x \geq 3$, ③ $3 \geq x$, ④ $x \geq 3$, ⑤ $x \geq 3$

11. 일차부등식 $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-1}{3} > \frac{3}{4}x + 1$ 을 만족하는 자연수 중 소수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0 개

해설

$$\frac{x+5}{2} - \frac{2x-1}{3} > \frac{3}{4}x + 1 \text{의 양변에 12를 곱하면}$$

$$6(x+5) - 4(2x-1) > 9x + 12$$

$$6x + 30 - 8x + 4 > 9x + 12$$

$$-11x > -22$$

$$x < 2$$

따라서 만족하는 자연수 중 소수의 개수는 0 개이다.

12. 부등식 $x(a-4) - 2 \leq -8$ 의 해 중 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값은?
(단, $a < 4$)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

부등식 $x(a-4) - 2 \leq -8$ 을 정리하면

$$x(a-4) \leq -6$$

$$x \geq \frac{-6}{a-4} \quad (\because a < 4)$$

에서 x 의 최솟값이 2 이므로

$$\frac{-6}{a-4} = 2$$

$$-6 = 2(a-4)$$

$$-3 = a-4$$

$$\therefore a = 1$$

13. 밑면의 반지름이 3cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피가 $45\pi\text{cm}^3$ 이상이 되려면 원뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

원뿔의 높이를 $x\text{cm}$ 라고 하면,

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times x \geq 45\pi$$

$$3x\pi \geq 45\pi$$

$$\therefore x \geq 15$$

원뿔의 높이는 15cm 이상이어야 한다.

15. 6%의 설탕물 200g이 있다. 여기에 설탕을 넣어서 농도가 20% 이상의 설탕물을 만들려고 한다. 이 때, 설탕은 최소 몇 g 이상 넣어야 하는가?

① 25g

② 30g

③ 35g

④ 40g

⑤ 45g

해설

넣어야 할 설탕의 양을 x g이라 하면

$$\frac{6}{100} \times 200 + x \geq \frac{20}{100}(200 + x)$$

$$1200 + 100x \geq 4000 + 20x$$

$$80x \geq 2800$$

$$\therefore x \geq 35$$

16. 분수 $\frac{a}{45}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{7}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 두 자리의 자연수일 때, a, b 의 값은?

① $a = 45, b = 3$

② $a = 54, b = 4$

③ $a = 63, b = 5$

④ $a = 72, b = 6$

⑤ $a = 81, b = 7$

해설

$\frac{a}{45} = \frac{a}{3^2 \times 5}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이어야 한다.

기약분수가 $\frac{7}{b}$ 이므로, $a = 9 \times 7 = 63, b = 5$

17. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99$$

$$\therefore x = 6$$

$$10y+z = 27$$

$$\therefore y = 2, z = 7$$

$$x+y+z = 6+2+7 = 15$$

18. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

19. 등식 $\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2} = ax^b y^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$\frac{9(x^2y)^3}{xy} \div \frac{(xy^2)^2}{(2x)^3} \times \frac{xy}{(3x^3y^2)^2}$$

$$= \frac{9x^6y^3}{xy} \times \frac{8x^3}{x^2y^4} \times \frac{xy}{9x^6y^4}$$

$$= \frac{8x}{y^5} = 8xy^{-5}$$

$$a = 8, b = 1, c = -5$$

$$a + b + c = 8 + 1 - 5 = 4$$

20. $a - b > 0$, $a + b < 0$, $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b$

② $|a| < |b|$

③ $b < 0$

④ $a^2 > b^2$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

해설

$a + b < 0$, $a > 0$ 에서 $b < 0$ 이고 $|a| < |b|$ 임을 알 수 있다.
따라서 틀린 것은 ④번이다.

21. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 이라고 정의한다. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 = x^{500} \times y!$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 502

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times \cdots \times 1000 \\ &= (2 \times 1) \times (2 \times 2) \times (2 \times 3) \times (2 \times 4) \times \cdots \times (2 \times 500) \\ &= 2^{500} \times (1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 500) \\ &= 2^{500} \times 500! \\ \therefore x &= 2, y = 500 \\ \therefore x + y &= 502 \end{aligned}$$

22. $0.\dot{2}\dot{8} = a \times 0.0\dot{1}$, $0.02\dot{8} = b \times 0.00\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$0.\dot{2}\dot{8} = \frac{28}{99} = 28 \times \frac{1}{99} = 28 \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore a = 28$$

$$0.02\dot{8} = \frac{28 - 2}{900} = \frac{26}{900} = 26 \times \frac{1}{900} = 26 \times 0.00\dot{1}$$

$$\therefore b = 26$$

$$\therefore a - b = 28 - 26 = 2$$

23. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b \times 111} = c$ 라 할 때, 자연수 $9990c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때, $\frac{a}{b \times 111}$ 가 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고, $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 2 의 약수이거나 3 의 약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서 $b = 9, a = 1$ 일 때 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 는 최솟값 10 을 가진다.

24. 3^{2009} 의 일의 자리의 숫자를 a 라 하고, $x = 3^{10}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자를 b 라 한다. 이 때, 13^{ab} 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

3 의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 이 순서대로 반복된다.

따라서 3^{2009} 의 일의 자리의 숫자는 $2009 = 4 \times 502 + 1$ 이므로 3 이다. $\therefore a = 3$

또, $10 = 4 \times 2 + 2$ 이므로 3^{10} 의 일의 자리의 숫자는 9 이다.

즉, $x = 3^{10}$ 일 때, 3^x 의 일의 자리의 숫자는 3^9 의 일의 자리의 숫자와 같으므로 3 이다. $\therefore b = 3$

13^{ab} 즉, 13^9 의 일의 자리의 숫자는 3^9 의 일의 자리의 숫자와 같고

$9 = 4 \times 2 + 1$ 이므로 일의 자리의 숫자는 3 이다.

25. $a + b + c = 1$ 일 때, $\frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} \\ & - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2} + \frac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2} + \frac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2} + \frac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2} + \frac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2} \\ & = \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \dots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$a+b+c=1$ 이므로

$b+c=1-a, a+c=1-b, a+b=1-c$ 이고, 이 식들을 식

$\textcircled{7}$ 에 대입하면,

$$\begin{aligned} & \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \\ & = \frac{1-a}{1-a} + \frac{1-b}{1-b} + \frac{1-c}{1-c} \\ & = 1+1+1=3 \end{aligned}$$