

1. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 두 직선 $y = -2x + 1$, $y = 4x - 2$ 에 동시에 접할 때, 상수 a, b 의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = x^2 + ax + b \cdots \text{㉠}$$

$$y = -2x + 1 \cdots \text{㉡}$$

$$y = 4x - 2 \cdots \text{㉢}$$

㉠과 ㉡이 접하므로 $x^2 + ax + b = -2x + 1$

즉, $x^2 + (a + 2)x + b - 1 = 0$ 에서

$$D = (a + 2)^2 - 4(b - 1) = 0$$

$$\therefore a^2 + 4a - 4b + 8 = 0 \cdots \text{㉣}$$

㉠과 ㉢이 접하므로 $x^2 + ax + b = 4x - 2$

즉, $x^2 + (a - 4)x + b + 2 = 0$ 에서

$$D = (a - 4)^2 - 4(b + 2) = 0$$

$$\therefore a^2 - 8a - 4b + 8 = 0 \cdots \text{㉤}$$

㉣과 ㉤을 연립하여 풀면 $a = 0, b = 2$

$$\therefore a + b = 2$$

2. $y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$ 와 $y = x$ 의 두 교점이 원점에 관하여 대칭이다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ -4

④ -2

⑤ 3

해설

$$y = x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2$$

$y = x$ 의 교점은 $x^2 - (a^2 - 4a + 3)x + a^2 + 2 = x$

$x^2 - (a^2 - 4a + 4)x + a^2 + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라면
두 근이 원점에 대칭이므로 중점은 원점이다.

$$\therefore \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{(a - 2)^2}{2} = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값은?

① -14

② 14

③ -5

④ 5

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 - 6x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\ &= (x - 3)^2 - 14\end{aligned}$$

$\therefore x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

4. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned}y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3\end{aligned}$$

5. $-2 \leq x \leq 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

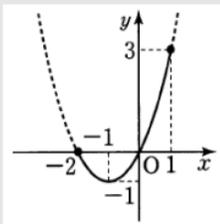
$f(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$, $-2 \leq x \leq 1$ 에서
 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.

즉, $f(-2) = 0$, $f(-1) = -1$, $f(1) = 3$

따라서, $x = 1$ 일 때 최댓값 3,

$x = -1$ 일 때 최솟값 -1 을 가지므로

구하는 합은 $3 - 1 = 2$



6. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x - 6$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4x - 6 \\ &= -2(x + 1)^2 - 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 -4 를 갖는다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, M = 11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, m = -8\end{aligned}$$

$$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$$

8. 이차함수 $y = x^2 + ax + a$ 의 그래프와 직선 $y = x + 1$ 이 한 점에서 만나도록 하는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + ax + a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = x + 1 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 y 를 소거하여 정리하면

$$x^2 + ax + a = x + 1$$

$$\therefore x^2 + (a-1)x + a-1 = 0$$

㉠, ㉡가 한 점에서 만나면 이차방정식이 중근을 가지므로, 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 4(a-1) = 0$$

$$\therefore (a-1)\{(a-1) - 4\} = 0$$

$$\therefore (a-1)(a-5) = 0 \quad \therefore a = 1 \text{ 또는 } 5$$

따라서 구하는 a 의 값은 6