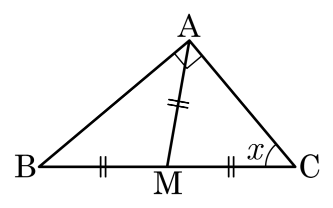
1. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

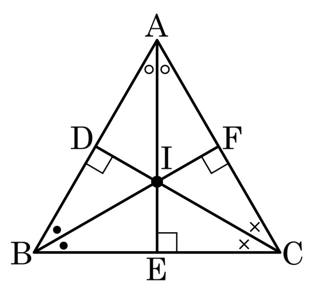


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

2. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



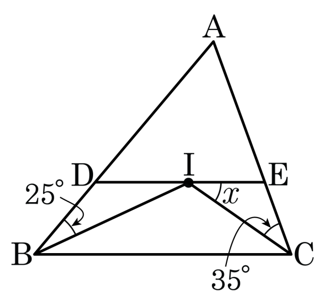
$\triangle \mathrm{IBE}$와 $\triangle \mathrm{IBD}$에서
$\angle \mathrm{IEB} = \angle \mathrm{IDB} = 90°$,
$\overline{\mathrm{IB}}$는 공통변,
$\angle \mathrm{IBE} = \angle \mathrm{IBD}$이므로
$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \boxed{} \cdots ㉠$
같은 방법으로 $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{\mathrm{IF}} \cdots ㉡$
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
$\triangle \mathrm{ADI}$와 $\triangle \mathrm{AFI}$에서
$\angle \mathrm{ADI} = \angle \mathrm{AFI} = 90°$, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
이므로 $\triangle \mathrm{ADI} \equiv \triangle \mathrm{AFI}$(RHS 합동)
대응각 $\angle \mathrm{DAI} = \angle \mathrm{FAI}$이므로 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle \mathrm{A}$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\mathrm{IA}}$ ② $\overline{\mathrm{IE}}$ ③ $\overline{\mathrm{IC}}$ ④ $\overline{\mathrm{IB}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{AF}}$

해설

$\triangle \mathrm{IBE} \equiv \triangle \mathrm{IBD}$(RHA 합동)이므로
$\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle \mathrm{ICE} \equiv \triangle \mathrm{ICF}$(RHA 합동)
이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\mathrm{IE}}$가 들어간다.

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



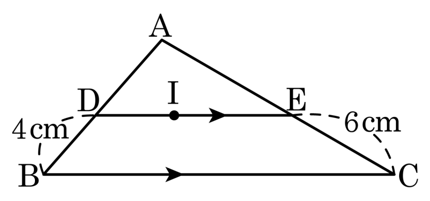
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 35 °

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle IBC = \angle DBI = 25°$, $\angle ICB = \angle ECI = 35°$
$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 25°$, $\angle ICB = \angle EIC = 35°$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle EIC = 35°$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{BD} = 4cm$, $\overline{CE} = 6cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

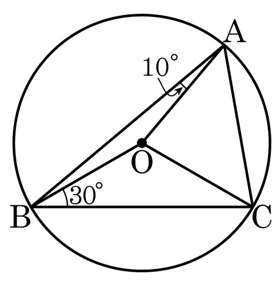


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(cm)$ 이다.

5. 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle$OAB $= 10°$, $\angle$OBC $= 30°$ 일 때, $\angle$OAC 의 크기는?

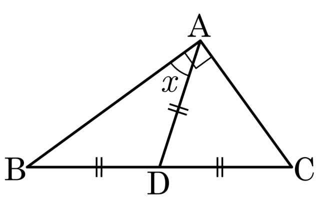


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA,\ \angle OBC = \angle OCB,$
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

6. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

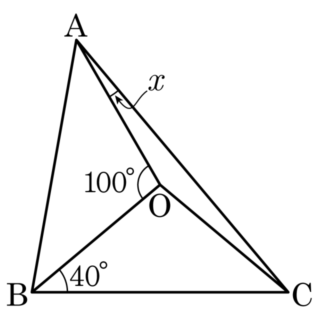


① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$
$\triangle ABD=\angle BAD=\angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$
$\angle DAC=\angle DCA=\angle C$
$\angle B:\angle C=2:3 \leftrightarrow \angle BAD:\angle CAD=2:3$
$\angle BAD=\dfrac{2}{2+3}\times 90^\circ=\dfrac{2}{5}\times 90^\circ=36^\circ$

7. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

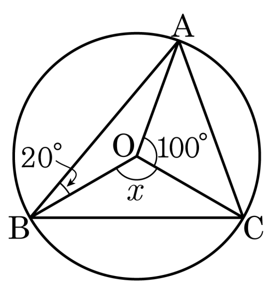


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100° + \angle OAB + \angle OBA = 180°$, $\angle OBA = 40°$
$\angle OBC = \angle OCB = 40°$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90°$, $x + 40° + 40° = 90°$, $\therefore \ \angle x = 10°$.

8. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20°$, $\angle AOC = 100°$일 때, $\angle x$의 크기는?

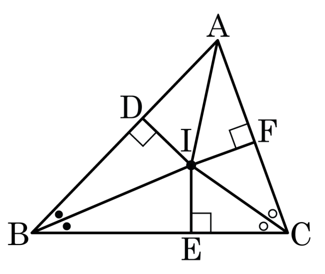


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40°$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20°$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60°$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60° = 120°$

9. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



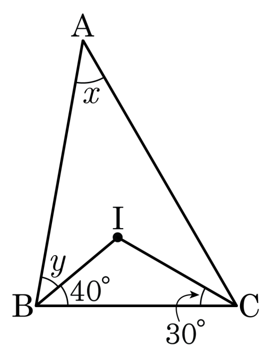
> $\angle$B, $\angle$C의 이등분선의 교점을 I라 하면
> i) $\overline{BI}$는 $\angle$B의 이등분선이므로
> $\triangle$BDI $\equiv$ $\triangle$BEI $\therefore$ $\overline{ID}$ = (㉠)
> ii) $\overline{CI}$는 $\angle$C의 이등분선이므로 $\triangle$CEI $\equiv$ $\triangle$CFI $\therefore$ $\overline{IE}$ = (㉡)
> iii) $\overline{ID}$ =(㉠) = (㉡)
> iv) $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ (㉢)
> $\therefore$ $\angle$DAI = (㉣)
> 따라서 $\overline{AI}$는 $\angle$A의 (㉤)이다.
> 따라서 $\triangle$ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : $\triangle$BDI
④ ㉣ : $\angle$FAI ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE}$ = $\overline{IF}$이므로 $\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI = $\angle$AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)

10. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle x = 180° - 2 \times (40° + 30°) = 40°$

$\therefore \angle x = 40°$

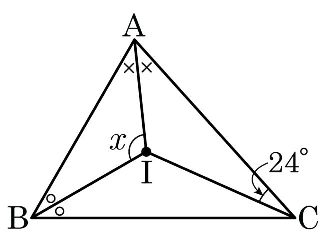
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle x + \angle y = 40° + 40° = 80°$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle ICA = 24°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 114°

해설

점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$\angle ICA = \angle ICB = 24°$

$\triangle ABC$ 의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$2\times + 2\bullet + 2\times 24° = 180°$

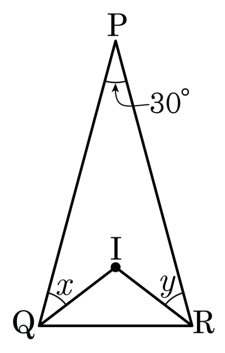
$\therefore \times + \bullet = 66°$

$\triangle IAB$ 의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + \times + \bullet = 180°$

$\therefore\ \angle x = 114°$

12. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x + y$의 값을 구하면?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

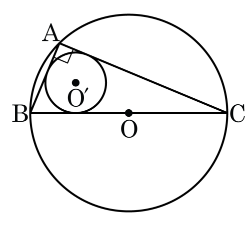
또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.

따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

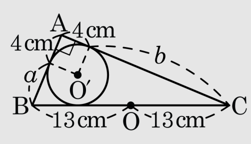
13. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

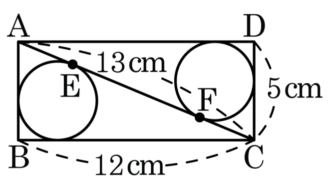
▷ 정답 : $120\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times$
$4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4$
$= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52$
$= 2(\angle a + b) + 68$
$= 2 \times 26 + 68$
$= 120(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

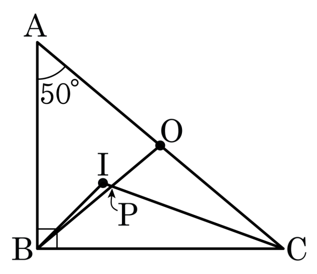
$(13-x)+(5-x)=12 \cdots$ ㉠

$\therefore x=3(\mathrm{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=3(\mathrm{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=13-(3+3)=7(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56°　② 57°　③ 58°　④ 59°　⑤ 60°

해설

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 20°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40°$,$\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180° - (40° + 20°) = 120°$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180° - \angle BPC = 180° - 120° = 60°$ 이다.

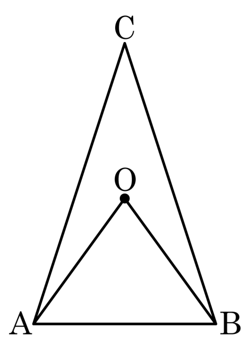
16. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

17. $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180^\circ$, $x + y + z = 90^\circ \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

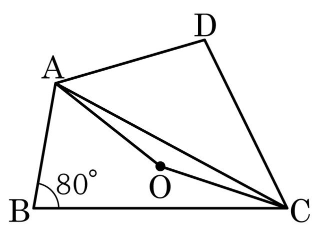
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

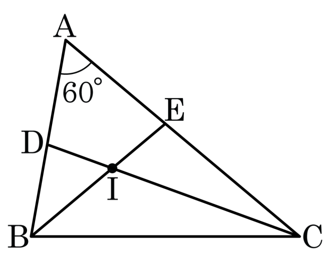
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad {}^\circ}$

▷ 정답 : $180\underline{^\circ}$

해설

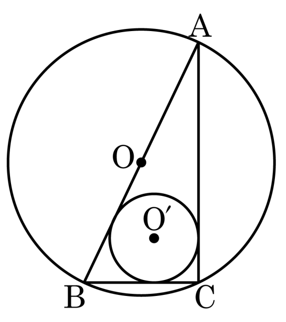
$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ$, $\angle DIE = 120^\circ$.

$\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ$.

$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ$, $\angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$.

20. 다음 그림에서 원 O 와 O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi\,\mathrm{cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

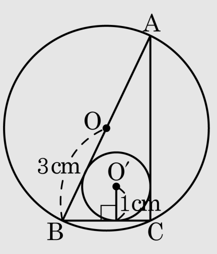


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

△ABC 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.



그림과 같이 내심 O′ 에서 △ABC 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자.
이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm, 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로
$\overline{CE} = \overline{CD} = 1\,\mathrm{cm}$
$\overline{AE} = \overline{AF} = a\,\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 1(\mathrm{cm})$
$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로
$\overline{BD} = \overline{BF} = 6 - a(\mathrm{cm})$
따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = (a+1) + 6 + (6-a) + 1 = 14(\mathrm{cm})$ 이다.