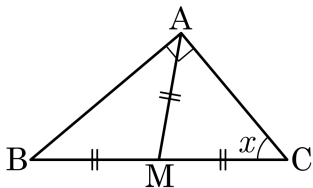


1. 다음 그림에서 점 M은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

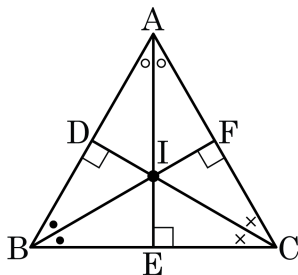
⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100^\circ$, $\angle AMC = 80^\circ$
 $\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.

$\angle AMC = 80^\circ$ 이므로 $\angle MAC = (180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ$ 이다.

2. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle IBE$ 와 $\triangle IBD$ 에서

$$\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ,$$

$\overline{IB}$ 는 공통변,

$\angle IBE = \angle IBD$ 이므로

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \dots \textcircled{A}$$

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 에서

$$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ, \overline{AI} \text{는 공통 변}, \overline{ID} = \overline{IF}$$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$

② $\overline{IE}$

③ $\overline{IC}$

④ $\overline{IB}$

⑤ $\overline{AF}$

해설

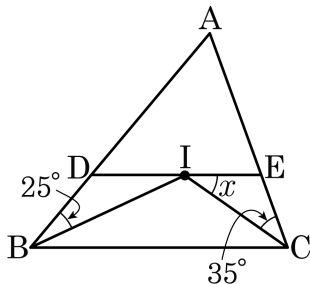
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로

$\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$ 가 들어간다.

3. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▶ 정답 : $35 \quad \quad$

해설

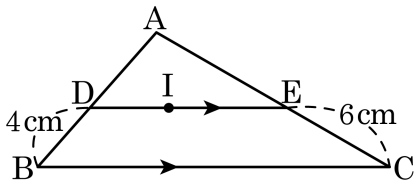
점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC = \angle DBI = 25^\circ, \angle ICB = \angle ECI = 35^\circ$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 25^\circ, \angle ICB = \angle EIC = 35^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle EIC = 35^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D, E라고 한다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 8cm

② 9cm

③ 10cm

④ 11cm

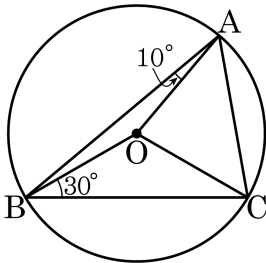
⑤ 12cm

해설

점 I가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$
 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

5. 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?



① 40°

② 45°

③ 50°

④ 55°

⑤ 60°

해설

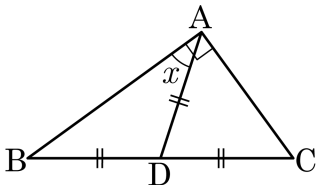
$$\angle OAB = \angle OBA, \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\angle OAC = \angle OCA$$

$$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

6. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 30°

② 32°

③ 34°

④ 36°

⑤ 38°

해설

위 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD} = \overline{AD}$)

$\angle ABD = \angle BAD = \angle B$

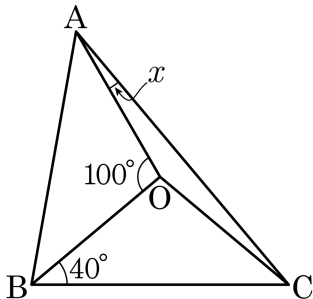
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD} = \overline{CD}$)

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2 : 3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2 : 3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

7. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



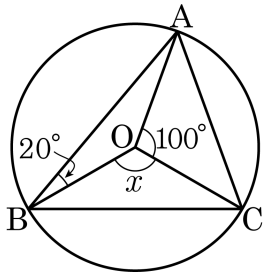
- ① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로, $\angle OAB = \angle OBA$, $100^\circ + \angle OAB + \angle OBA = 180^\circ$, $\angle OBA = 40^\circ$

$\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\angle x + \angle OBA + \angle OCB = 90^\circ$, $x + 40^\circ + 40^\circ = 90^\circ$, $\therefore \angle x = 10^\circ$.

8. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$ 는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$$

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

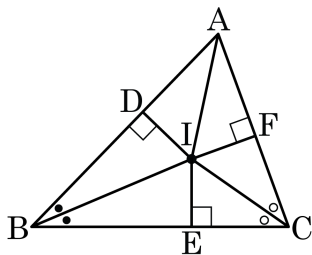
$$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60^\circ$$

점 O가 삼각형의 외심이므로

$$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

9. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B, \angle C$ 의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI \therefore \overline{ID} = (\text{㉠})$

ii) $\overline{CI}$ 는 $\angle C$ 의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI \therefore \overline{IE} = (\text{㉡})$

iii) $\overline{ID} = (\text{㉠}) = (\text{㉡})$

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI \equiv (\text{㉢})$

$\therefore \angle DAI = (\text{㉣})$

따라서 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$

② ㉡ : $\overline{IF}$

③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$

⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고,

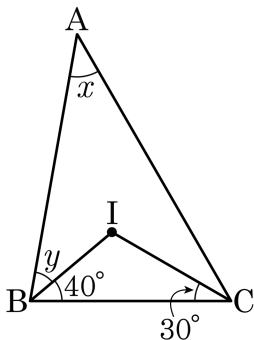
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$ 이므로 $\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ$, $\overline{AI}$ 는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

10. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 60°

② 65°

③ 70°

④ 75°

⑤ 80°

해설

$$\angle x = 180^\circ - 2 \times (40^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x = 40^\circ$$

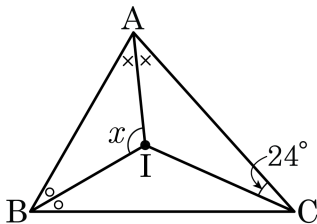
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$$\therefore \angle y = 40^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선의 교점이다.
 $\angle ICA = 24^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

$\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : 114°

해설

점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로

$$\angle ICA = \angle ICB = 24^\circ$$

$\triangle ABC$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$2x + 2\bullet + 2 \times 24^\circ = 180^\circ$$

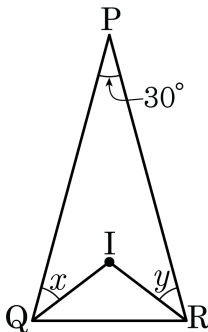
$$\therefore x + \bullet = 66^\circ$$

$\triangle IAB$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle x + x + \bullet = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 114^\circ$$

12. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하면?



① 60°

② 65°

③ 70°

④ 75°

⑤ 80°

해설

점 I가 $\triangle PQR$ 의 내심일 때, $\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P$ 이다.

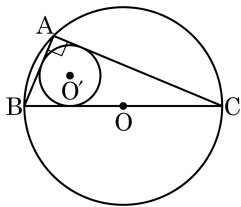
$$\angle QIR = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle P = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 30^\circ = 105^\circ \text{이다.}$$

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$ 이고, 삼각형 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180^\circ - \angle QIR = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$

13. 다음 그림에서 원 O, O' 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O' 의 반지름의 길이가 각각 13cm, 4cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

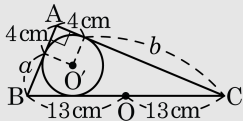


▶ 답 : cm²

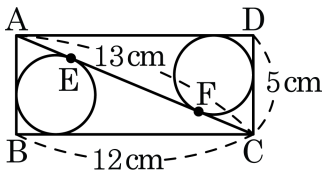
▷ 정답 : 120 cm²

해설

$$\begin{aligned}
 \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 26 \times 4 \\
 &= 2\angle a + 8 + 2\angle b + 8 + 52 \\
 &= 2(\angle a + \angle b) + 68 \\
 &= 2 \times 26 + 68 \\
 &= 120(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$



14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

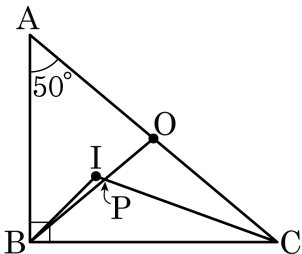
$$(13 - x) + (5 - x) = 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$\therefore x = 3(\text{cm})$$

$\overline{AE} = \overline{CF} = 3(\text{cm})$ 이므로

$$\therefore \overline{EF} = 13 - (3 + 3) = 7(\text{cm})$$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심, 외심이다. $\overline{CI}$ 와 $\overline{BO}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle IPB$ 의 크기는 얼마인가?



① 56°

② 57°

③ 58°

④ 59°

⑤ 60°

해설

$$\angle ACB = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \text{ 이므로 } \angle ICB = \frac{1}{2} \angle C = 20^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 40^\circ$, $\triangle PBC$ 에서 $\angle BPC = 180^\circ - (40^\circ + 20^\circ) = 120^\circ$ 이다.

따라서 $\angle IPB = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이다.

16. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm

② 6 cm

③ 9cm

④ 12cm

⑤ 18cm

해설

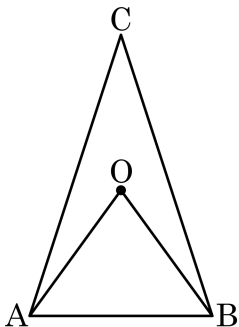
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로

$\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

외접원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm이다.

따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

17. $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$$

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

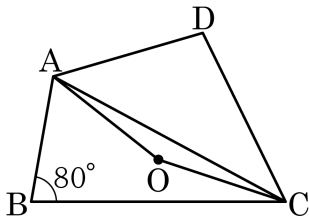
$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하면 $x = 54^\circ$

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 20°

② 40°

③ 60°

④ 80°

⑤ 100°

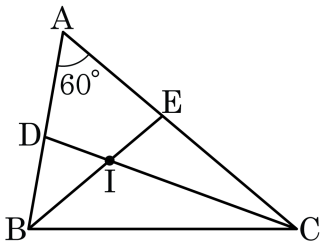
해설

$\angle AOC = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2}(360^\circ - 160^\circ) = 100^\circ$$

$\therefore \angle D = 100^\circ$

19. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 180°

해설

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ, \angle DIE = 120^\circ.$$

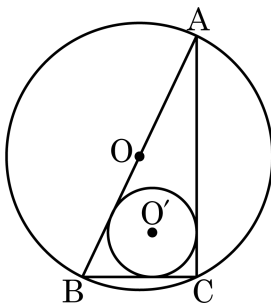
$$\square ADIE \text{ 에서 } \angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ, \angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$$

.

20. 다음 그림에서 원 O 와 O' 은 각각 $\triangle ABC$ 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi \text{ cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

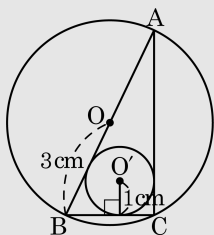


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14cm

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각 삼각형이다.



그림과 같이 내심 O' 에서 $\triangle ABC$ 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D , E , F 라 하자.

이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm , 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로

$$\overline{CE} = \overline{CD} = 1 \text{ cm}$$

$$\overline{AE} = \overline{AF} = a \text{ cm} \text{ 라 하면 } \overline{AC} = a + 1(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 6 \text{ cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 6 - a(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = (a + 1) + 6 + (6 - a) + 1 = 14(\text{cm})$ 이다.