

1. 등식 $(1+x+x^2)^3 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_8x^8$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은?

① 28 ② 26 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$3^3 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_8 \quad \text{㉠}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$1^3 = a_0 - a_1 + a_2 - \dots + a_8 \quad \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} : 26 = 2(a_1 + a_3 + a_5 + a_7)$$

$$\therefore a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 13$$

2. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

- ① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^{22} + x^{11} + 22x + 11 \text{ 이라 하면,} \\ f(x) &= (x+1)Q(x) + R \text{ 에서 } f(-1) = R \text{ 이므로} \\ f(-1) &= (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11 \end{aligned}$$

3. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 p 의 값을 정하면?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$ 이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

4. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

5. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

6. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면
 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

7. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x-1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x-2)(x-1)(x+1)$

② $(x-1)x(x+2)$

③ $(x+1)(x-1)(x+2)$

④ $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2+k=0, \quad \therefore k = -2 \\ \text{즉, } f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x-1)(x+1)(x+2) \end{aligned}$$

8. 등식 $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x+1$

② $-2x-1$

③ $-2x+3$

④ $-2x+5$

⑤ $-2x+7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,
 $f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로
 $f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면
 $a = -2, b = 5$
 \therefore 나머지는 $-2x + 5$ 이다.

10. 다항식 $f(x)$ 를 $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가 $-2x+1$ 일 때, $f(x^2+3)$ 을 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7 ② 4 ③ 0 ④ -4 ⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x+1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x^2+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots \textcircled{2}$$

①의 양변에 $x=4$ 를 대입하면 $f(4) = -7$

②의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $f(4) = R$

$\therefore R = -7$

11. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때,

$xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

- ① R ② aR ③ bR ④ $-\frac{b}{a}R$ ⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

12. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지는?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3$ 에서 $f(x) = x$
즉, $f(x) - x$ 는 $x-1, x-2, x-3$ 을 인수로 한다.
 $f(x) - x = (x-1)(x-2)(x-3)$
 $\therefore f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + x, f(4) = 10$

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면
(i) $f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$
(ii) $f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$
(iii) $f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$
위의 세식을 연립하여 풀면,
 $a = -6, b = 12, c = -6$
 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$
 $\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$

13. $3x^3 - 5x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이 x 에 대한
 항등식일 때, $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -16 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d = (x-1)\{a(x-1)^2 + b(x-1) + c\} + d$$

$$= (x-1)(x-1)[a(x-1) + b] + c + d \text{ 이므로}$$

조립제법을 쓰면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 3 & 0 & -5 & 2 \\
 & & 3 & 3 & -2 \\
 \hline
 1 & 3 & 3 & -2 & 0 \leftarrow d \\
 & & 3 & 6 & \\
 \hline
 1 & 3 & 6 & 4 & \leftarrow c \\
 & & 3 & & \\
 \hline
 & 3 & 9 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

$$a+b+c+d = 3+9+4+0 = 16$$

해설

이 문제의 경우 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x=2$ 를
 대입해서 한꺼번에 구하는 값을 얻을 수 있다.

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 나머지는 5이고, 몫 $Q(x)$ 를 다시 $x+3$ 으로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는?

① 10 ② -10 ③ 9 ④ -9 ⑤ 8

해설

나머지정리에 의해 $f(x)$ 를 $x+3$ 으로 나눈 나머지는 $f(-3)$ 이다.
 $f(x) = (x-2)Q(x) + 5$ 에서
 $x = -3$ 을 대입하면 $f(-3) = (-3-2)Q(-3) + 5$
 $Q(x)$ 를 $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 3이므로 $Q(-3) = 3$
 $\therefore f(-3) = -10$

15. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$ 이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 8이다. $f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $x^2 - x - 2$ ② $x^2 - x + 2$ ③ $x^2 + x - 2$
④ $-x^2 + 3x$ ⑤ $-x^2 + 3x + 2$

해설

$f(x)$ 를 $(x-1)^2(x+2)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지는 $ax^2 + bx + c$ 라 하면

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)Q(x) + a(x-1)^2 + (x+1)$$

($\because f(x)$ 를 $(x-1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $x+1$)

양변에 $x = -2$ 를 대입하면 $f(-2) = 9a + (-2) + 1 = 8$

$$\therefore a = 1$$

$$ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 + x + 1 = x^2 - x + 2$$

\therefore 구하는 나머지는 $x^2 - x + 2$

16. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x^2+1 로 나누면 나누어 떨어지고, $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지는 5이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $(x^2+1)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

- ① $\frac{1}{2}(x^2+1)$ ② $\frac{1}{3}(x^2+1)$ ③ $\frac{1}{5}(x^2+1)$
 ④ $2x^2-3x+1$ ⑤ $\frac{2}{3}x^2-x+\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (x^2+1)Q_1(x) \\
 f(x) &= (x-3)Q_2(x)+5 \\
 \therefore f(3) &= 5 \\
 f(x) &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+ax^2+bx+c \\
 &= (x^2+1)(x-3)Q_3(x)+a(x^2+1) \\
 (\because f(x) \text{는 } x^2+1 \text{로 나누어 떨어지므로}) \\
 &= (x^2+1)((x-3)Q_3(x)+a) \\
 x=3 \text{을 대입하면 } f(3) &= 10a=5 \\
 \therefore a &= \frac{1}{2} \text{이고 나머지는 } \frac{1}{2}(x^2+1)
 \end{aligned}$$

17. 다항식 $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 5x + 5y + 3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

- ① $3x + 3y - 2$ ② $3x - y - 4$ ③ $3x + y + 4$
④ $3x + y - 2$ ⑤ $3x - y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + (3y + 5)x - (2y^2 - 5y - 3) \\ &= (2x + (2y + 1))(x - (y - 3)) \\ \therefore & (2x + 2y + 1) + (x - y + 3) = 3x + y + 4 \end{aligned}$$

18. $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$ 를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

- ① $a-b$ ② $b-c$ ③ $c-a$
 ④ $a+b+c$ ⑤ $ab+bc+ca$

해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고

차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= a^3b^2 - a^2b^3 + b^3c^2 - b^2c^3 + c^3a^2 - c^2a^3 \\ &= (b^2 - c^2)a^3 - (b^3 - c^3)a^2 + b^2c^2(b - c) \\ &= (b - c)\{(b + c)a^3 - (b^2 + bc + c^2)a^2 + b^2c^2\} \\ &= (b - c)\{(c^2 - a^2)b^2 - a^2(c - a)b - a^2c(c - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)\{(c + a)b^2 - a^2b - a^2c\} \\ &= (b - c)(c - a)\{(b^2 - a^2)c + ab(b - a)\} \\ &= (b - c)(c - a)(b - a)\{(b + a)c + ab\} \\ &= -(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca) \end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

19. $x^4 - 11x^2 + 1$ 이 $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$ 로 인수분해될 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\ &= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\ &= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

20. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ 을 인수분해 했을 때 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x + 2$
 ④ $(x - 1)^2$ ⑤ $(x + 1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 1 & 1 & 1 & -3 & -1 & 2 \\
 & & & & & & \\
 1 & 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\
 & & & & & & \\
 -1 & 1 & 3 & 2 & 0 & \\
 & & & & & & \\
 -2 & 1 & 2 & 0 & & \\
 & & & & & & \\
 & 1 & 0 & & & &
 \end{array}$$

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$$