

1. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

2. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = -1$
 ④ $d = -3$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a + 1 & -b + a - 1 \\ \hline & 1 & a - 1 & b - a + 1 & -b + a \end{array}$$

이때 $k = -1$, $c = -1$, $d = -a + 1$, $b - a + 1 = -1$, $-b + a = 2$ 이므로

$k = -1$, $c = -1$, $a = 4$, $b = 2$, $d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

3. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A * B$, 최소공배수 L 을 $A \star B$ 로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \star (A^2 * AB)$ 와 같은 것은?

- ① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$$\begin{aligned} A &= Ga, \quad B = Gb(a, b \text{는 서로소}) \text{로 놓으면} \\ (A^2 * B^2) \star (A^2 * AB) \\ &= (G^2 a^2 * G^2 b^2) \star (G^2 a^2 * G^2 ab) \\ &= G^2 \star G^2 a \\ &= G^2 a \\ &= AG \end{aligned}$$

4. 복소수 $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의 x 값과 순허수일 때의 x 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는 $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x + 1)(x + 3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

5. x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 3$ 일 때, 함수 $f(x) = x^2 + 2x + C$ 의 최소값이 4가 되도록 상수 C 의 값을 정할 때, 함수 $f(x)$ 의 최대값은?

① 8

② 12

③ 16

④ 20

⑤ 24

해설

$$f(x) = (x+1)^2 + C - 1$$

주어진 범위에서 $x = -1$ 일 때

최소값을 가지므로

$$f(-1) = C - 1 = 4 \Rightarrow C = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = (x+1)^2 + 4$$

주어진 범위에서 $x = 3$ 일 때 최대값을 가진다.

$$\Rightarrow f(3) = 4^2 + 4 = 20$$

6. 방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 w 라 할 때, $1 - 2w + 3w^2 - 4w^3 + 3w^4 - 2w^5$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -4

해설

방정식 $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 일 때
 $\omega^3 = 1$, $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로
 $1 - 2\omega + 3\omega^2 - 4 \cdot 1 + 3\omega^3 \cdot \omega - 2\omega^3 \cdot \omega^2$
 $= 1 - 2\omega + 3\omega^2 - 4 + 3\omega - 2\omega^2$
 $= \omega^2 + \omega + 1 - 4 = -4$
 $\therefore -4$

7. 두 실수 x, y 에 대하여 $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 4xy + 5y^2 + 2x - 8y + 5 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + 4y^2 - 4y + 1 + y^2 - 4y + 4 \\ &= x^2 - 2(2y - 1)x + (2y - 1)^2 + (y - 2)^2 \\ &= (x - 2y + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0 \\ &\therefore x - 2y + 1 = 0, y - 2 = 0 \text{ 이므로} \\ &y = 2, x - 4 + 1 = 0 \quad \therefore x = 3 \\ &\text{따라서 } x + y = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

8. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

- ① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$
④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

9. $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $a^5 + b^5$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 244

해설

$$a + b = 4, a^2 + b^2 = 10$$

$$ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 + b^2)) = 3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$\begin{aligned}\therefore a^5 + b^5 &= (a^3 + b^3)(a^2 + b^2) - a^2b^2(a + b) \\ &= 28 \times 10 - 9 \times 4 \\ &= 244\end{aligned}$$

10. 이차식 $f(x)$ 를 각각 $x-3, x+1$ 로 나눈 나머지는 같고, $f(1) = 0$ 일 때,
 $\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소)이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$f(1) = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1$ 을 인수로 갖는다.

$\therefore f(x) = (x-1)(ax+b)$

$f(3) = f(-1)$ 이므로 $2(3a+b) = -2(-a+b)$

$\therefore a = -b$

$$\frac{f(4)}{f(-4)} = \frac{3(4a+b)}{-5(-4a+b)} = \frac{-9b}{-25b} = \frac{9}{25}$$

$\therefore m = 25, n = 9$

11. 두 다항식 $x^2 + px + q$ 와 $x^2 + qx + p$ 의 최대공약수가 $x - a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p = q$

② $p + q = 1$

③ $p = q + 1$

④ $pq = 1$

⑤ $p + q = -1$

해설

나머지 정리에 의해 $x = a$ 를 대입하면 $a^2 + pa + q = 0$, $a^2 + qa + p = 0$ 이다.

두식을 빼면, $(p - q)a - (p - q) = 0$, $(p - q)(a - 1) = 0 \Leftrightarrow p = q$ 또는 $a = 1$

$p = q$ 이면 최대공약수가 $x^2 + px + q$ 가 되므로, 조건에 맞지 않는다

$\therefore a = 1$ 에서 $p + q = -1$

12. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{98}$ 일 때, $f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1-i}{1+i} = -i, \frac{1+i}{1-i} = i$ 이므로

$f\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$

$= f(-i) + f(i)$

$= \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{98} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{98}$

$= i^{98} + (-i)^{98}$

$= i^2 + i^2$

$= -2$

13. 복소수 $z = a + bi$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

$$(1 + i + z)^2 < 0 \quad z^2 = c + 4i$$

이 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$(1 + i + z)^2 < 0$ 에서 $1 + i + z$ 는 순허수이다.

$z = a + bi$ 라면

$$1 + i + z = 1 + i + a + bi = (1 + a) + (1 + b)i$$

이것이 순허수이므로 $1 + a = 0$, $a = -1$

$$\therefore z = -1 + bi$$

또한 $z^2 = c + 4i$ 에서 $(-1 + bi)^2 = c + 4i$

$$1 - 2bi - b^2 = c + 4i$$

$$\therefore -2b = 4, 1 - b^2 = c$$

$$\therefore b = -2, c = -3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

14. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켈레복소수)

- ㉠ $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

㉡ $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{15} = 1$

㉢ $z = \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1}$ 일 때, $z\bar{z} = \frac{7}{3}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ : $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$, $2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$
양변을 제곱해서 정리하면 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

㉡ : $(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0$, $\alpha^3 = 1$
 $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{15}$
 $= 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3(1 + \alpha + \alpha^2) + \cdots + \alpha^{15} = \alpha^{15}$
 $= (\alpha^3)^5 = 1$ ($\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$)

㉢ : $\bar{\alpha} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$, $\alpha + \bar{\alpha} = -1, \alpha\bar{\alpha} = 1$
 $z = \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1}$, $\bar{z} = \frac{\bar{\alpha} + 3}{2\bar{\alpha} + 1}$
 $z\bar{z} = \frac{\alpha\bar{\alpha} + 3(\alpha + \bar{\alpha}) + 9}{4\alpha\bar{\alpha} + 2(\alpha + \bar{\alpha}) + 1} = \frac{1 - 3 + 9}{4 - 2 + 1} = \frac{7}{3}$

해설

㉢ 이 성립함을 다음과 같이 직접 계산할 수 있다.

$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

$\Rightarrow 2\alpha + 1 = \sqrt{3}i, \alpha + 3 = \frac{5 + \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1} = \frac{5 + \sqrt{3}i}{2\sqrt{3}i}$
 $= -\frac{5i - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$z \cdot \bar{z} = \frac{\sqrt{3} - 5i}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} + 5i}{2\sqrt{3}} = \frac{7}{3}$

15. m 은 양의 정수이고, x 에 관한 이차방정식 $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + m\sqrt{2} - 4 = 0$ 의 한 근은 정수이다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

정수근을 α 라 하자
 $\alpha^2 - (3 + \sqrt{2})\alpha + m\sqrt{2} - 4 = 0$
 $(m - \alpha)\sqrt{2} + \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$
 $m = \alpha$ 그리고 $\alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$
 $(\alpha + 1)(\alpha - 4) = 0$
 $\alpha = -1$ 또는 $\alpha = 4$
 m 이 양의 정수이므로 $\alpha = 4$ 에서 $m = 4$

16. x 의 이차방정식 $x^2 - 3px + 4q - 2 = 0$ 의 두 실근의 비가 1 : 2가 되도록 하는 실수 p, q 에 대하여 q 의 값의 범위는? (단, $p \neq 0$)

① $q \geq -\frac{1}{3}$
④ $q > -\frac{1}{2}$

② $q > \frac{1}{2}$
⑤ $q \geq \frac{2}{3}$

③ $q \geq \frac{1}{2}$

해설

두 근을 $\alpha, 2\alpha$ 라 하면

$$\alpha + 2\alpha = 3p \quad \therefore \alpha = p$$

$$\alpha \cdot 2\alpha = 4q - 2 \quad \therefore \alpha^2 = 2q - 1$$

$$\text{따라서 } p^2 = 2q - 1$$

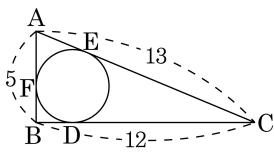
$$\text{한편 } D > 0 \text{에서 } 9p^2 - 4(4q - 2) > 0$$

$$9(2q - 1) - 16q + 8 > 0$$

$$2q - 1 > 0$$

$$\therefore q > \frac{1}{2}$$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 13$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에 내접하는 원이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 접하는 점을 각각 D, E, F라 하자. $\overline{BF} = \alpha$, $\overline{AE} = \beta$ 라 할 때, α , β 를 두 근으로 하고 x^2 이 계수가 1인 이차방정식은?



- ① $x^2 - 5x + 6 = 0$ ② $x^2 + 5x + 6 = 0$
 ③ $x^2 - 12x + 20 = 0$ ④ $x^2 + 12x + 20 = 0$
 ⑤ $x^2 - 13x + 30 = 0$

해설

$\overline{BF} = \overline{BD} = \alpha$, $\overline{AF} = \overline{AE} = 5 - \alpha = \beta$,
 $\overline{CD} = \overline{CE} = 12 - \alpha$
 그런데 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로
 $(5 - \alpha) + (12 - \alpha) = 13$
 $2\alpha = 4 \quad \therefore \alpha = 2$
 $\overline{AE} = 5 - 2 = 3 \quad \therefore \beta = 3$
 두 수 2, 3을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은
 $x^2 - (2 + 3)x + 2 \times 3 = 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$

18. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x 에 대하여
- $$\frac{1}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$
- $$= \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{2007}}{x-2007}$$
- 이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007}$ 의 값을 구하면?
- ① 1

② -1

③ 1997

④ 0

⑤ -1997

해설

우변을 통분하면

$$\frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007})x^{2006} + \cdots}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$
$$= \frac{1}{(x-1)(x-2)\times\cdots\times(x-2007)}$$

주어진 등식은 항등식이므로 분자의 계수를 비교하면

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2007} = 0$$

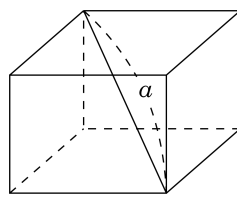
19. $\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2)}{bx + ay} + \frac{ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay}$ 을 간단히 하면?

- ① $a^2x^2 + b^2y^2$ ② $(ax + by)^2$
③ $(bx + ay)^2$ ④ $2(a^2x^2 + b^2y^2)$
⑤ $(ax + by)(bx + ay)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{분자}) &= bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2) \\&= bx(a^2x^2 + b^2y^2) + 2a^2bxy^2 + ay(a^2x^2 + b^2y^2) + 2ab^2x^2y \\&= (a^2x^2 + b^2y^2)(bx + ay) + 2abxy(ay + bx) \\&= (bx + ay)(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) \\&= (bx + ay)(ax + by)^2 \\&\text{따라서, (준 식)} = (ax + by)^2\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a 이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



- ☒ ① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$
 ☐ ② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$
 ☐ ③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$
☐ ④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$
 ☐ ⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z 라 하면

$$4(x + y + z) = b, \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a$$

$$\therefore x + y + z = \frac{1}{4}b, x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}
 2(xy + yz + zx) &= (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \\
 &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\
 &= \frac{1}{16}b^2 - a^2
 \end{aligned}$$

21. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.

22. $x + 3y = 1$, $x \geq 0$, $y \geq -2$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + \frac{1}{m}$ 의 값은?

- ① 53 ② 58 ③ 63 ④ 68 ⑤ 72

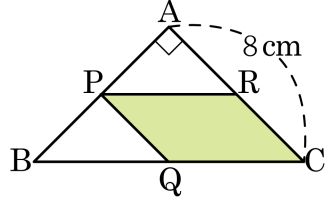
해설

$x + 3y = 1$ 로부터 $x = 1 - 3y \dots\dots\dots \textcircled{1}$
 그런데 $x \geq 0$ 이므로
 $x = 1 - 3y \geq 0 \therefore y \leq \frac{1}{3} \dots\dots\dots \textcircled{2}$
 또 $y \geq -2 \dots\dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에서 $-2 \leq y \leq \frac{1}{3}$
 $x^2 + y^2 = k$ 라 하고 이 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면
 $(1 - 3y)^2 + y^2 = 1 - 6y + 9y^2 + y^2 \therefore 10\left(y^2 - \frac{6}{10}y\right) + 1 = k$
 $\qquad\qquad\qquad = 10y^2 - 6y + 1 = k$
 $\rightarrow 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 - \frac{9}{10} + 1 = k$
 $\rightarrow 10\left(y - \frac{3}{10}\right)^2 + \frac{1}{10} = k$

$$\begin{cases} \therefore y = \frac{3}{10} \text{ 일 때 } k = \frac{1}{10} : \text{ 최솟값 } m \\ y = -2 \text{ 일 때 } k = 53 : \text{ 최댓값 } M \\ y = \frac{1}{3} \text{ 일 때 } k = \frac{1}{9} \end{cases}$$

 $\therefore M + \frac{1}{m} = 53 + 10 = 63$

23. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC의 $\overline{AB}$ 위에 점 P를 잡고, 점 P에서 $\overline{AC}, \overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R라 한다. □PQCR의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면
 $\square PQCR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ)$

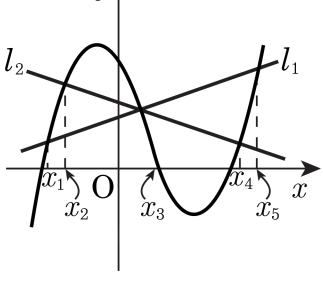
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\}$$

$$= 32 - (x^2 - 8x + 32)$$

$$= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, □PQCR의 넓이가 최대가 된다.

24. 삼차방정식 $y = f(x)$ 의 그래프가 두 직선 l_1, l_2 와 아래의 그림과 같이 만나고 있다. 이들 교점의 x 좌표를 차례로, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 라 할 때, x_1, x_2, x_4, x_5 의 관계가 옳은 것은?

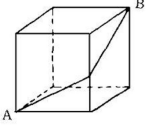


- ① $x_1 + x_5 = x_2 + x_4$ ② $x_1 + x_4 = x_2 + x_5$
 ③ $x_1x_2 = x_4x_5$ ④ $x_1x_4 = x_2x_5$
 ⑤ $x_1^2 + x_2^2 = x_4^2x_5^2$

해설

$$\begin{aligned} y &= ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0) \cdots f(x) \\ y &= px + q \quad (p \neq 0) \cdots l_1 \\ y &= rx + s \quad (r \neq 0) \cdots l_2 \text{로 놓으면} \\ ax^3 + bx^2 + cx + d &= px + q \cdots (\text{i}) \\ ax^3 + bx^2 + cx + d &= rx + s \cdots (\text{ii}) \\ (\text{i}), (\text{ii}) \text{에서 근과 계수의 관계를 이용하면} \\ x_1 + x_3 + x_5 &= -\frac{b}{a} \\ x_2 + x_3 + x_4 &= -\frac{b}{a} \text{이므로} \\ x_1 + x_5 &= x_2 + x_4 \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 합이 28 cm, 겹넓이가 28cm^2 , 부피가 8cm^3 인 직육면체가 있다. 이 직육면체에서 면을 따라 꼭지점 A에서 꼭짓점 B에 이르는 가장 짧은 거리는?



- ① 5cm ② 6cm ③ $2\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $\sqrt{29}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{37}\text{cm}$

해설

각 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 28$$

$$2(ab + bc + ca) = 28$$

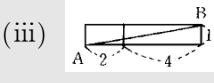
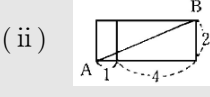
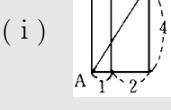
$$abc = 8$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

$$ab + bc + ca = 14$$

$$abc = 8$$

이 때, a, b, c 를 세 근으로 하는 x 에 대한 삼차방정식은 $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ $(x - 1)(x - 2)(x - 4) = 0$ 그러므로 모서리의 길이는 각각 1cm, 2cm, 4cm 이다. 이제 꼭짓점 A 에서 꼭지점 B 에 이르는 거리를 전개도를 이용하여 구해 보자.



$$(i) \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$$

$$(ii) \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}(\text{cm})$$

$$(iii) \text{ 에서 } \overline{AB} = \sqrt{6^2 + 1^2} = \sqrt{37}(\text{cm})$$

따라서 A 에서 B 에 이르는 가장 짧은 거리는 5cm