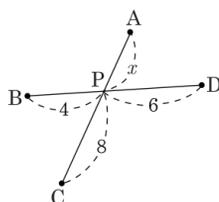


1. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, \overline{PA} 의 길이는?

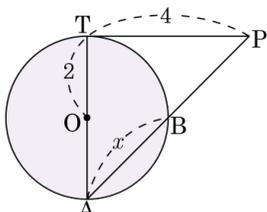
- ① 2 ② 3
③ 4 ④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

2. 다음 그림에서 T는 원 O의 접점일 때, \overline{AB} 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\triangle APT$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\overline{AP} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

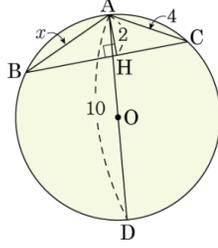
$$\overline{PT}^2 = \overline{PB} \cdot \overline{PA}$$

$$4^2 = (4\sqrt{2} - x)4\sqrt{2}$$

$$2\sqrt{2} = 4\sqrt{2} - x$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2}$$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심이고, \overline{AD} 는 원 O의 지름이다. 꼭짓점 A에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, x 의 값은?

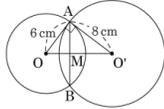


- ① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$$4x = 2 \times 10 \quad \therefore x = 5$$

4. 다음 그림에서 두 원 O, O' 의 중심을 연결한 선분과 공통현 AB 가 점 M 에서 만나고, $\overline{OA} = 6\text{cm}$, $\overline{O'A} = 8\text{cm}$, $\angle OAO' = 90^\circ$ 일 때, 공통현 AB 의 길이는?



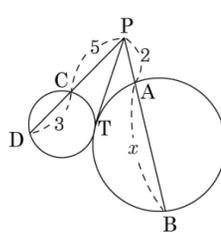
- ① 7.0cm ② 9.6cm ③ 12.2cm
 ④ 14.4cm ⑤ 19.2cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서
 $\overline{OA} = 6\text{cm}$, $\overline{O'A} = 8\text{cm}$, $\angle OAO' = 90^\circ$ 이므로
 $\overline{OO'} = \sqrt{36 + 64} = 10(\text{cm})$
 $\overline{AB} \perp \overline{OO'}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$
 $\triangle OAO'$ 의 넓이
 $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times \overline{OO'} \times \overline{AM} = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{AM} = 24(\text{cm}^2)$
 $\therefore \overline{AM} = 4.8(\text{cm})$
 따라서 공통현 AB 의 길이는 9.6cm 이다.

5. 다음 그림과 같이 \overline{PT} 가 두 원의 접선일 때, x 의 값은?

- ① 18 ② 19 ③ 20
 ④ 21 ⑤ 22



해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \dots \text{㉠}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PC} \times \overline{PD} \dots \text{㉡}$$

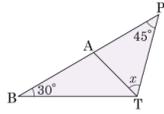
㉠, ㉡에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$$2(2+x) = 5 \times 8, 4 + 2x = 40$$

$$2x = 36$$

$$\therefore x = 18$$

6. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



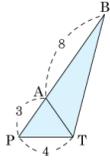
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 55° ⑤ 60°

해설

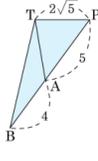
\overline{BT} 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$
 $\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ$ $\therefore \angle x = 60^\circ$

7. 다음 중 \overline{PT} 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

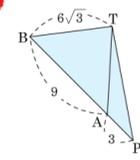
①



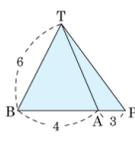
②



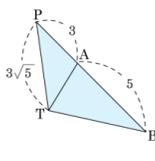
③



④



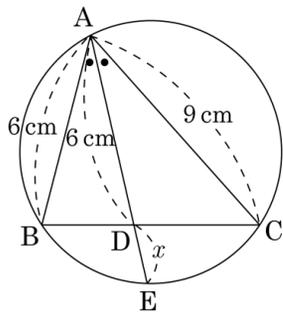
⑤



해설

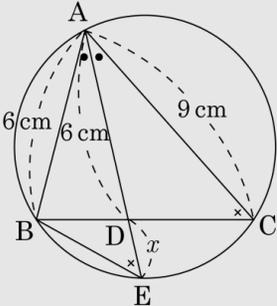
③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 \overline{AD} 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



$\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (\because AA답음)

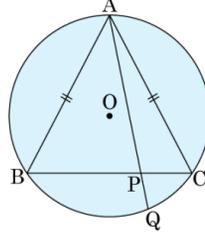
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$

$$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$$

$$\therefore x = 3$$

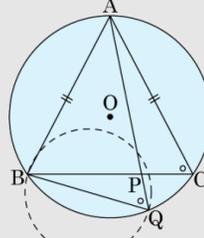
9. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, 만족하는 식을 고르면?



- ① $\overline{AB} = \overline{AP}$ ② $\overline{AB}^2 = \overline{AQ}$
 ③ $\overline{AB}^2 = 2\overline{AP}$ ④ $\overline{AB}^2 = 3\overline{AQ}$
 ⑤ $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$

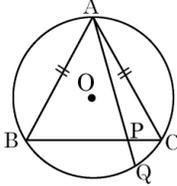
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)
 $\angle ACB = \angle AQB$ (\widehat{AB} 의 원주각)
 $\therefore \angle ABC = \angle AQB$
 따라서, 그림처럼 \overline{AB} 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, \overline{AB} 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

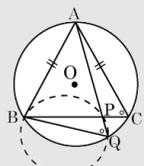
10. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



- ① \overline{AB} 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.
 ② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 \overline{AC} 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
 ③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 \overline{AB} 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
 ④ \overline{AC} 가 점 P, Q, C를 지나는 원의 접선이면 $\angle ABP = \angle AQB$ 이다.
 ⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 \overline{AB} 는 세 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.

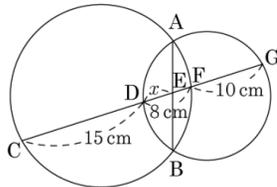
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)
 $\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB의 원주각)
 $\therefore \angle ABC = \angle AQB$
 따라서 그림처럼 \overline{AB} 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, \overline{AB} 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점에서 만나고 $\overline{CD} = 15\text{cm}$, $\overline{DF} = 8\text{cm}$, $\overline{FG} = 10\text{cm}$ 일 때, \overline{DE} 의 길이는?

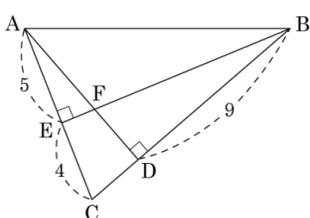


- ① 4cm ② 4.2cm ③ 4.5cm
 ④ 4.8cm ⑤ 5cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{DE} &= x\text{cm} \text{ 라 하면 } \overline{EF} = (8 - x)\text{cm} \\ \overline{AE} \cdot \overline{BE} &= (15 + x)(8 - x) = x(18 - x) \\ 120 - 7x - x^2 &= 18x - x^2, 25x = 120 \\ \therefore x &= 4.8(\text{cm}) \end{aligned}$$

12. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

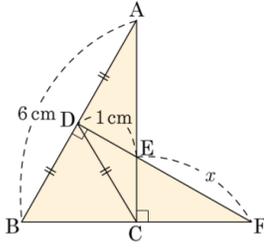


- ① $\overline{CD} = 3$ 이다.
- ② $\square AEDB$ 는 원 안에 내접한다.
- ③ $\angle CAD \neq \angle CBE$
- ④ \overline{AB} 는 원의 지름이다.
- ⑤ $\overline{CE} \times \overline{CA} = \overline{CD} \times \overline{CB}$

해설

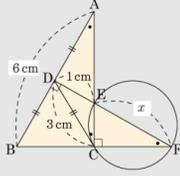
$$\angle CAD = \angle CBE$$

13. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90^\circ$ 이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 1\text{cm}$ 일 때, \overline{EF} 의 길이를 구하면?



- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

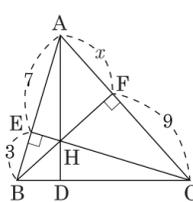


$\triangle BAC \sim \triangle BFD$ (\because AA닮음)
 $\therefore \angle A = \angle F$, $\angle A = \angle DCA$
 $\therefore \angle F = \angle DCA$ 따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 \overline{DC} 는 접선
 $\Rightarrow \overline{DC}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$

$3^2 = 1(1 + x)$ 따라서 $x = 8$ 이다.

14. 다음 그림에서 x 의 값은?

- ① 4 ② 4.5 ③ 5
 ④ 5.5 ⑤ 6



해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

$$7 \times 10 = x(x + 9)$$

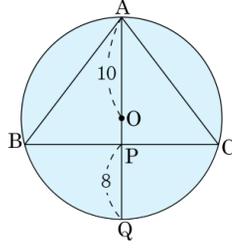
$$70 = x^2 + 9x$$

$$x^2 + 9x - 70 = 0$$

$$(x + 14)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$

15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O에 내접하는 이등변삼각형 ABC에 대하여 $\overline{PQ} = 8$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

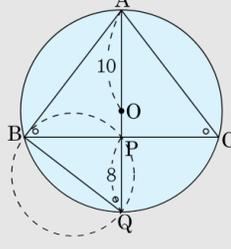


- ① $36\sqrt{2}$ ② $42\sqrt{17}$ ③ $48\sqrt{6}$
 ④ 52 ⑤ $52\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 보조선 \overline{BQ} 를 연결하면

$$\angle ACB = \angle AQB = \angle ABP$$



이 때, $\overline{AQ} = 20$ 이므로 $\overline{AP} = 12$

$$\therefore \overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{PQ} = 12 \times 20 = 240$$

$$\therefore \overline{AB} = 4\sqrt{15}$$

선분 BC는 \overline{OP} 에 의해 수직이등분되므로 직각삼각형 $\triangle ABP$ 에서

$$\overline{BP} = \sqrt{(4\sqrt{15})^2 - 12^2} = 4\sqrt{6} \quad \therefore \overline{BC} = 8\sqrt{6}$$

따라서, 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AP} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{6} \times 12 = 48\sqrt{6} \text{ 이다.}$$