

1. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

2. 기약분수 $\frac{x}{12}$ 를 소수로 나타내면 $0.41666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} 0.41666\cdots &= 0.41\dot{6} = \frac{375}{900} \\ \frac{375}{900} &= \frac{x}{12} \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

3. 다음 순환소수 중 정수가 아닌 것을 모두 구하면?

① $10.\dot{9}$

② $0.\dot{1}$

③ $1.\dot{9}$

④ $8.\dot{9}$

⑤ $2.\dot{1}$

해설

$$\textcircled{1} 10.\dot{9} = \frac{109 - 10}{9} = \frac{99}{9} = 11 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{3} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{4} 8.\dot{9} = \frac{89 - 8}{9} = \frac{81}{9} = 9 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 2.\dot{1} = \frac{21 - 2}{9} = \frac{19}{9}$$

4. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

5. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

6. $\frac{3^3 + 3^3 + 3^3}{4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2} \times \frac{2^5 + 2^5}{9 + 9 + 9}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^3 + 3^3 + 3^3 = 3 \times 3^3 = 3^4$$

$$4^2 + 4^2 + 4^2 + 4^2 = 4 \times 4^2 = 4^3$$

$$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6$$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$\therefore \frac{3^4}{4^3} \times \frac{2^6}{3^3} = \frac{3^4}{2^6} \times \frac{2^6}{3^3} = 3$$

7. $128^{2a-1} \div 16^{a+2} = 8^{3a-4}$ 를 만족하는 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(2^7)^{2a-1} \div (2^4)^{a+2} &= (2^3)^{3a-4} \\ 7(2a-1) - 4(a+2) &= 3(3a-4) \\ 14a - 7 - 4a - 8 &= 9a - 12 \\ 10a - 9a &= -12 + 15 \\ \therefore a &= 3\end{aligned}$$

8. $\left(\frac{3}{2}xy\right)^2 \div \left(-\frac{3}{4}x^ay\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) = -6x^3y^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{9}{4}x^2y^2 \times \frac{16}{9x^{2a}y^2} \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) &= -6x^{2-2a+3}y^{2-2+b} \\ &= -6x^3y^4\end{aligned}$$

$$2 - 2a + 3 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$b = 4$$

$$\therefore a + b = 5$$

9. $A = x(2x+1)$, $B = (8x^3+2x^2-6x) \div (-2x)$, $C = (2x^4y^2)^3 \div (2x^5y^3)^2$ 이다. $A - [2B - \{A + (B + C)\}]$ 를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$A = 2x^2 + x, B = -4x^2 - x + 3, C = 2x^2$$

$$A - [2B - \{A + (B + C)\}]$$

$$= 2A - B + C$$

$$= 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2$$

$$= 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2$$

$$= 10x^2 + 3x - 3$$

$$\therefore 10 + 3 + (-3) = 10$$

10. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(3x - 5y) : 7 = (x - y) : 2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{1}{3}x$

해설

$$7(x - y) = 2(3x - 5y)$$

$$7x - 7y = 6x - 10y, \quad 3y = -x$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x$$

11. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

12. $0 < b < a$ 일 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?

① $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

② $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

③ $-2a < -2b$

④ $3a - 1 > 3b - 1$

⑤ $a^2 > ab$

해설

② $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, $c < 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

13. $3(x+2) > 7(x-1)+1$ 을 만족하는 정수 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3(x+2) > 7(x-1)+1$$

$$-4x > -12$$

$$x < 3$$

따라서 가장 큰 정수 x 는 2 이다.

14. $a < -3$ 일 때, $2a - (a + 3)x < -6$ 의 해를 구하면?

- ① $x < 0$ ② $x < 1$ ③ $x < 2$ ④ $x > 1$ ⑤ $x > 2$

해설

$$\begin{aligned} 2a - (a + 3)x &< -6 \\ -(a + 3)x &< -2a - 6 \\ (a + 3)x &> 2a + 6 \\ \therefore x &< 2 \quad (\because a + 3 < 0) \end{aligned}$$

15. 부등식 $\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 x 가 3개일 때, 정수 k 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\frac{3-k}{2} + \frac{x+2}{6} \leq -\frac{2}{3}$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9 - 3k + x + 2 \leq -4$$

$$\therefore x \leq -15 + 3k$$

위 부등식을 만족하는 자연수의 개수가 3개이므로 $3 \leq 3k - 15 < 4$ 가 되어야 한다.

$$18 \leq 3k < 19$$

$$6 \leq k < \frac{19}{3}$$

따라서 정수 k 의 값은 6이다.

16. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

17. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$$0.\dot{3} + 0.0\dot{2} = \frac{3}{9} + \frac{2}{90} = 0.3\dot{5} \quad \therefore a = 3, b = 5$$

$$0.\dot{b} - 0.0\dot{a} = 0.5 - 0.0\dot{3} = \frac{5}{9} - \frac{3}{90} = \frac{47}{90} = 0.5\dot{2}$$

18. $\frac{11}{111} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은 몇 자리의 자연수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리

▷ 정답 : 2 자리

해설

$$(\text{준식}) = \frac{11}{111} \times (1000 - 1) = \frac{11}{111} \times 999 = 99$$

19. $2^{10} = 1000$ 이라고 할 때, 1.6^5 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} 1.6^5 &= \left(\frac{16}{10}\right)^5 = \frac{(2^4)^5}{10^5} = \frac{(2^{10})^2}{10^5} \\ &= \frac{(10^3)^2}{10^5} = 10 \end{aligned}$$

20. 다음 식에서 P 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b \neq c$)

$$P = \frac{a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b}{(b-c)(b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-b)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} P &= \frac{-a}{(a-b)(c-a)} + \frac{-b}{(b-c)(a-b)} + \frac{-c}{(c-a)(b-c)} \\ &= \frac{-a(b-c) - b(c-a) - c(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{-ab + ac - bc + ab - ac + bc}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 0 \end{aligned}$$

21. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

- ① $C = ab$
- ② $C = ab^2$
- ③ $C = -3ab^2$
- ④ $C = 3ab^2$
- ⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A , B 를 정리하면
 $A = 3ab^3 - 2ab^2$, $B = 4ab^2 - 1$ 이다.
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 에서
 $A - B - 2C = 3ab^3 + 1$ 이고,
 $2C = A - B - 3ab^3 - 1$
 $2C = 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1$
 $= -6ab^2$

양변을 2로 나누면
 $C = -3ab^2$ 이다.

22. $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $z + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 을 x 와 z 를 y 에 관하여 풀면 $x = \frac{y-1}{y}$,

$$z = \frac{1}{1-y}$$

$z + \frac{1}{x}$ 에 대입하면

$$z + \frac{1}{x} = \frac{1}{1-y} + \frac{y}{y-1} = \frac{-1}{y-1} + \frac{y}{y-1} = 1$$

23. 자연수 n 에 대하여 $30^n = x$ 일 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n$ 을 x 에 관한 가장 간단한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $30x$

해설

$$\begin{aligned} & (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n + 2^n 2^1 3^n + 2^n 3^n 3^2 + 2^n 2^1 3^n 3^2) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n 5^n) + 2 \times (2^n 3^n 5^n) + 9 \times (2^n 3^n 5^n) \\ &\quad + 18 \times (2^n 3^n 5^n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2^n 3^n 5^n = 30^n = x \text{ 이므로} \\ & \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ &= x + 2x + 9x + 18x = 30x \end{aligned}$$

24. $a > 3$, $b < 2$ 일 때, $3a - 2b$ 의 값의 범위에 해당하는 수는?

① -1

② 0

③ 3

④ 5

⑤ 13

해설

$a > 3$ 의 양변에 3 을 곱하면 $3a > 9$

$b < 2$ 의 양변에 -2 를 곱하면 $-2b > -4$

두 식을 더하면 $3a - 2b > 5$ 이므로

범위에 해당하는 수는 13 뿐이다.

25. $ax - 3 > x + 1$ 의 해가 $x < \frac{4}{a-1}$ 일 때, 다음 부등식의 해는?

$2(ax - 1) + 5 < 2x - 1$

- ① $x > \frac{-2}{a-1}$

② $x > \frac{2}{a-1}$

③ $x < \frac{-2}{a-1}$

④ $x < \frac{2}{a-1}$

⑤ $x > \frac{-4}{a-1}$

해설

$ax - 3 > x + 1$ 을 정리한 $(a - 1)x > 4$ 의 해가 $x < \frac{4}{a-1}$ 로
부등호 방향이 바뀌었으므로 $a - 1 < 0$
이제, $2(ax - 1) + 5 < 2x - 1$ 을 정리하여 풀면,
 $2ax - 2 + 5 < 2x - 1$
 $2(a - 1)x < -4$
 $(a - 1)x < -2$
이때 $a - 1 < 0$ 이므로 $x > \frac{-2}{a-1}$ 이다.