1. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

2. $2^5 = a$ 일 때, 4^{11} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① a^4 ② $2a^4$ ③ $3a^4$ ④ $4a^4$ ⑤ $5a^4$

해설

$$\begin{aligned} 4^{11} &= (2^2)^{11} = 2^{22} \\ &= (2^5)^4 \times 2^2 \\ &= a^4 \times 2^2 = 4a^4 \end{aligned}$$

3. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$ab = 4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1$$

4. $3y - [2x - \{3x + 4y - (5y - x)\}]$ 를 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3y - \{2x - (3x + 4y - 5y + x)\} \\ &= 3y - \{2x - (4x - y)\} \\ &= 3y - (-2x + y) \\ &= 2x + 2y\end{aligned}$$

5. $(12x^2 - 4x) \div (-2x) = -4$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(12x^2 - 4x) \div (-2x) = -6x + 2 = -4$ 이므로 $x = 1$ 이다.

6. 다음 식을 간단히 하면?

$$(4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \div \frac{1}{3}x$$

- ① $a - 1$ ② $a^2 + a - 1$ ③ $a^2 - 1$
④ $a^2 - a$ ⑤ $2a^2 + a - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (4a^2b - 8ab + 2b) \div (-2b) + (a^2x - ax) \times \frac{3}{x} \\ &= \frac{4a^2b - 8ab + 2b}{-2b} + \frac{3(a^2x - ax)}{x} \\ &= -2a^2 + 4a - 1 + 3a^2 - 3a \\ &= a^2 + a - 1 \end{aligned}$$

7. $a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^6 b^8$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$a^2 \times b^x \times a^y \times b^3 = a^{2+y} b^{x+3} = a^6 b^8$$

$$2+y=6, x+3=8$$

$$x=5, y=4 \text{ 이므로 } x+y=9 \text{ 이다.}$$

8. $2^3 \times 4^x = 128$ 이고 $3^3 \div 9 \times 27 = 3^y$ 일 때, xy 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2^3 \times (2^2)^x = 2^{3+2x} = 2^7$$

$$3 + 2x = 7$$

$$\therefore x = 2$$

$$3^3 \div 3^2 \times 3^3 = 3^{3-2+3} = 3^4$$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore xy = 8$$

9. $(-2x^A y)^2 \div 4x^4 y \times 2x^5 y^4 = Bx^7 y^C$ 일 때, $A + B + C$ 의 합의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{4x^{2A}y^2 \times 2x^5y^4}{4x^4y} = 2x^{2A+1}y^5 = Bx^7y^C$$

$A = 3, B = 2, C = 5$ 이므로 $A + B + C = 10$ 이다.

10. $\frac{2x+y}{3} - \frac{x+3y}{2} = ax+by$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2x+y}{3} - \frac{x+3y}{2} &= \frac{2(2x+y) - 3(x+3y)}{6} \therefore a = \frac{1}{6}, b = -\frac{7}{6} \\ &= \frac{4x+2y-3x-9y}{6} \\ &= \frac{x-7y}{6} \\ &= \frac{1}{6}x - \frac{7}{6}y\end{aligned}$$

$$\therefore a+b = \frac{1}{6} + \left(-\frac{7}{6}\right) = -1$$

11. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

① $(4 - 5x + 6x^2) - 3(2x^2 + 3x - 4)$

② $\left(7 - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x} + 8\right)$

③ $(5 + 6x + x^2) - (-5 + 6x + x^2)$

④ $\left(\frac{1}{4}x^2 + 5x - 6\right) - \left(-6 - 5x - \frac{1}{4}x^2\right)$

⑤ $\left(\frac{2}{3}x^2 - x + 1\right) - \left(1 - x - \frac{1}{3}x^2\right)$

해설

① $4 - 5x + 6x^2 - 6x^2 - 9x + 12 = -14x + 16$ (일차식)

② $\left(7 - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x} + 8\right) = 15$

③ $5 + 6x + x^2 + 5 - 6x - x^2 = 10$

④ $\frac{1}{2}x^2 + 10x$ (이차식)

⑤ x^2 (이차식)

12. $a = -2$, $b = -\frac{3}{4}$ 일 때, 다음 식을 계산하여라.

$$3a(a + 2b) - (10a^2b + 8ab^2) \div (-2ab)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3a^2 + 6ab + 5a + 4b \\ &= 3 \times (-2)^2 + 6 \times (-2) \times \left(-\frac{3}{4}\right) + 5 \times (-2) + 4 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= 12 + 9 - 10 - 3 = 8\end{aligned}$$

13. $\frac{12}{a}$ 를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 더한 것은? (단, $a > 12$)

- ① 142 ② 146 ③ 150 ④ 154 ⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

14. $x = 3.4\overline{52}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

- ① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 34.5252\cdots \\ \hline 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

15. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

- ① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

16. $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - 2y^2}{xy}$ 의 값은?

- ① $-\frac{13}{3}$ ② $-\frac{12}{5}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $-\frac{16}{3}$ ⑤ $-\frac{17}{3}$

해설

$\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = 1 : 3, \frac{3}{x} = \frac{1}{y}$ 이므로 $x = 3y$ 이다.

$$\frac{x^2 - 2y^2}{xy} = \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = \frac{3y}{y} - \frac{2y}{3y} = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$$

17. $\frac{a}{84}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
 a 가 두 자리의 정수일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $10 < a < 30$)

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 7}$ 이 유한소수가 되려면 a 는 21 의 배수

즉, $a = 21$,

$$\frac{21}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{1}{4}, b = 4$$

$$\therefore a - b = 17$$

18. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\ &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{11} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787\dots$$

따라서 순환마디는 87이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

19. 분수 $\frac{3}{700}$ 을 소수로 나타내었을 때, x_n 은 소수점 아래 n 번째 수를 나타낸다. 다음 주어진 식의 값은?

$$x_1 + x_3 + x_5 + x_7 + x_9 + \cdots + x_{25}$$

- ① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

$$\frac{3}{700} = 0.00428571$$

$$x_1 = 0, x_3 = 4, x_5 = 8, x_7 = 7, \cdots$$

$$\therefore (\text{준식}) = 4 \times (4 + 8 + 7) = 76$$

20. 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = 1.2\dot{4}$ 일 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{11}$

해설

$$\frac{0.\dot{a}0\dot{b}}{0.\dot{b}0\dot{a}} = \frac{100a + b}{999} = \frac{100a + b}{100b + a} = 1.2\dot{4} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$$

$$\Rightarrow 45(100a + b) = 56(100b + a)$$

$$\Rightarrow 4a = 5b$$

a, b 는 한자리 정수이어야 하므로, $a = 5, b = 4$ 이다.

$$\therefore 0.5\dot{4} - 0.4\dot{5} = \frac{54}{99} - \frac{45}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$