1. x^4-6x^2+8를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2-2)(x^2-4)$

② $(x^2-2)(x-4)(x+4)$

③ $(x^2-2)(x-2)(x+2)$

④ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

⑤ $(x^2-\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4-6x^2+8 &= (x^2)^2-6x^2+8\\ &= (x^2-2)(x^2-4)\\ &= (x+2)(x-2)(x^2-2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.
$f(x)=x^4-6x^2+8$
$f(2)=0,\ \ f(-2)=0,$
즉, $(x-2)(x+2)$로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 3(k+2i) - k(-2i)$

$\quad = 3k + (6+2k)i \Rightarrow$ 순허수

$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$

3. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$를 만족하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(3+i)(a+bi) = 1-3i$

$(3a-b)+(a+3b)i = 1-3i$

$\therefore\ 3a-b=1,\quad a+3b=-3$

$\Rightarrow\quad a=0,\quad b=-1$

$\therefore\ a+b=-1$

4. $(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}i$　② $4\sqrt{3}i$　③ -2　④ 0　⑤ 2

해설

$(2+\sqrt{3}i)^2+(2-\sqrt{3}i)^2$
$=(4+4\sqrt{3}i+3i^2)+(4-4\sqrt{3}i+3i^2)$
$=1+4\sqrt{3}i+1-4\sqrt{3}i=2$

5. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$\therefore \quad \dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \dfrac{(1+i)(1-i)}{(1+i)-(1-i)} = \dfrac{2}{2i} = \ -i$

6. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a+c$ ② $a-b^2$ ③ $a^2-b^2+c^2$

④ $a^2+b^2+c^2$ ⑤ $a^2+b^2-c^2$

해설

$a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$
$= a^3 - b^3 + (a-b)c^2 - ab(a-b)$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2) + (a-b)c^2 - ab(a-b)$
$= (a-b)(a^2+ab+b^2+c^2-ab)$
$= (a-b)(a^2+b^2+c^2)$

7. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$　　② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$　　④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면
$f(1) = 0,\ f(2) = 0,\ f(3) = 0$이므로
(준식)$= (x-1)(x-2)(x-3)$

8. 세 개의 다항식 $x^3 + ax + b$, $x^3 + cx^2 + a$, $cx^2 + bx + 4$, 의 공약수 중 하나가 $x - 1$일 때, $a + b + c$의 값은?

① 2 ② −2 ③ 3 ④ −3 ⑤ 4

해설

$f(x) = x^3 + ax + b \rightarrow \ f(1) = 1 + a + b = 0 \cdots$ ㉠
$g(x) = x^3 + cx^2 + a \rightarrow \ g(1) = 1 + c + a = 0 \cdots$ ㉡
$h(x) = cx^2 + bx + 4 \rightarrow \ h(1) = c + b + 4 = 0 \cdots$ ㉢
㉠ + ㉡ + ㉢에서 $2(a + b + c) + 6 = 0$
$\therefore \ a + b + c = -3$

9. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2i-4x-4i$

$= -4x+(x^2-4)i$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2-4=0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm2$

10. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ -3 ④ 1, 3 ⑤ -1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$
$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$
$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$
순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.
$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.
$\therefore x=1$

11. $x=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $9x^2-6x+5$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x=\dfrac{1+\sqrt{2}i}{3}$ 이므로

$3x=1+\sqrt{2}i$

$3x-1=\sqrt{2}i$

양변을 제곱하면 $9x^2-6x+1=-2$

$\therefore\ 9x^2-6x=-3$

$9x^2-6x+5$ 에서 $9x^2-6x$ 가 -3 이므로 $-3+5=2$

12. $\dfrac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}$ 의 값은?

① 2010 ② 2011 ③ 2012 ④ 2013 ⑤ 2014

해설

$a=2012$ 라 치환하면,

$$\begin{aligned}\frac{2012^3+8}{2012\times 2010+4} &= \frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}\\ &= \frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}\\ &= 2012+2\\ &= 2014\end{aligned}$$

13. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x+y+z=1$ 을 변형하면

(준식) $=(1-z)(1-x)(1-y)$

$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$

$=1-1+2-3=-1$

14. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $x^3+3x^2-10x-24$라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

① $x^2-x-6,\ x^2+6x+8$　② $x^2-3x-1,\ x^2+x+8$
③ $x^2-4x+3,\ x^2-x+2$　④ $x^2-x-2,\ x^2-3x+8$
⑤ $x^2-3x-6,\ x^2+3x+7$

해설

두 다항식을 $A=aG,\ B=bG$ ($a,\ b$는 서로소)라고 하면
두 식의 최대공약수가 $x+2$이므로
$A=a(x+2),\ B=b(x+2)$
따라서, $L=ab(x+2)$
$=x^3+3x^2-10x-24$이다.
이 때, 최소공배수 L은 최대공약수 $x+2$를 인수로 가지므로
조립제법을 이용하면
$L=(x+2)(x-3)(x+4)$
$a,\ b$는 일차식이므로
$a=x-3,\ b=x+4$ 또는 $a=x+4,\ b=x-3$
따라서, 두 다항식은
$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$과 $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$이다.

15. 최소공배수가 $x^3 - 3x + 2$이고, 최대공약수가 $x - 1$일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2 + x - 1$ ② $2x^2 - x - 1$ ③ $2x^2 - x + 1$
④ $x^2 - x - 2$ ⑤ $x^2 - x + 2$

해설

$L = abG,\ G = x - 1$에서
$L = (x-1)^2(x+2)$
$A = (x-1)^2,\ B = (x-1)(x+2)$
$A + B = (x^2 - 2x + 1) + (x^2 + x - 2)$
$\quad\quad = 2x^2 - x - 1$

16. $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=a+bi$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

$\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$

$=2\sqrt{3}i-3\sqrt{2}+\sqrt{3}i$

$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}i$

$=a+bi$

따라서, $a=-3\sqrt{2}, b=3\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+b^2=18+27=45$

17. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{30}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$, $\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$

$$f(i) = \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{30} = (-i)^{30} = (i^4)^7 i^2$$

$$= -1 f(-i) = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{30} = i^{30}$$

$$= (i^4)^7 i^2 = -1$$

$$\therefore f\left(\frac{1+i}{1-i}\right) + f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$$

$$= f(i) + f(-i) = -1 - 1 = -2$$

18. a, b, c가 $\triangle$ABC의 세변의 길이를 나타낼 때, 다음 등식 $a^3+a^2b-ab^2-a^2c+b^2c-b^3=0$을 만족하는 삼각형의 모양은?

① 직삼각형

② 이등변삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 이등변삼각형 또는 직각삼각형

해설

$a^3+a^2b-ab^2-a^2c+b^2c-b^3=0$
$a^2(a+b)-b^2(a+b)-c(a^2-b^2)=0$
$(a+b)(a^2-ac+bc-b^2)=0$
$(a+b)\{((a-b)(a+b)-c(a-b)\}=0$
$(a+b)(a-b)(a+b-c)=0$
$a+b>0, a+b-c>0$이므로 $a=b$
$\therefore a=b$인 이등변삼각형