

1. 두 점 $(0, 0), (4, -3)$ 사이의 거리를 구하면?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$$\sqrt{(4-0)^2 + (-3-0)^2} = \sqrt{25} = 5$$

2. 두 점 A (1, -1), B (4, -5)을 잇는 선분 AB를 3 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① (4, -1)

② $\left(\frac{11}{2}, -7\right)$

③ $\left(-3, \frac{15}{2}\right)$

④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$

⑤ (3, 1)

해설

$$\left(\frac{12-1}{3-1}, \frac{-15+1}{3-1}\right) = \left(\frac{11}{2}, -7\right)$$

3. 세 점 A(2, 4), B(-2, 0), C(3, 2)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는?

① (0, 1) ② (1, 1) ③ (1, 2) ④ (2, 1) ⑤ (0, 1)

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

$$\left(\frac{2 + (-2) + 3}{3}, \frac{4 + 0 + 2}{3} \right) = (1, 2)$$

4. 일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가 점 $(2, -1)$ 을 지날 때 b 의 값은?

① 1

② 0

③ -1

④ -2

⑤ -3

해설

일차함수 $y = x + b$ 의 그래프가

점 $(2, -1)$ 을 지나므로,

$x = 2, y = -1$ 를 대입하면 성립해야 하므로

$$-1 = 2 + b$$

$$\therefore b = -3$$

5. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$ 과 중심이 같고, 원점을 지나는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 3)^2 &= 26 \\ \text{중심 : } (-4, 3) \\ \therefore (x + 4)^2 + (y - 3)^2 &= r^2, \\ (0, 0) \text{을 지나므로} \\ r &= 5 (\because r > 0)\end{aligned}$$

6. $x^2 + y^2 = 5$ 에 접하고, 기울기가 -2 이며, 제 1, 2, 4사분면을 지나는 접선의 방정식을 구하면?

① $y = -2x - \sqrt{5}$

② $y = -2x + 5$

③ $y = -2x - 3\sqrt{5}$

④ $y = -2x - 5$

⑤ $y = -2x - 5\sqrt{5}$

해설

기울기가 -2 인 직선의 방정식을 $y = -2x + c$ 라 하고, 직선과 원점간의 거리가 원의 반지름인 $\sqrt{5}$ 와 같으므로

$$\frac{|c|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore c = \pm 5$$

제 1, 2, 4사분면을 지나야 하므로

$$\therefore c = 5 \quad \therefore y = -2x + 5$$

7. 직선 $x + 3y - k = 0$ 이 원 $(x - 5)^2 + y^2 = 3$ 의 넓이를 이등분할 때, k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선이 원의 넓이를 이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

따라서 원의 중심 (5, 0)이 직선 위에 있으므로 $5 - k = 0$

$\therefore k = 5$

8. 기울기가 -1 이고, 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = -x \pm 2$

② $y = -x \pm 3$

③ $y = -x \pm 4$

④ $y = -x \pm 2\sqrt{2}$

⑤ $y = -x \pm 4\sqrt{2}$

해설

구하는 직선의 기울기는 -1 이므로

$y = mx \pm r\sqrt{1+m^2}$ 에서

$$y = -x \pm 2\sqrt{1+1}$$

$$\therefore y = -x \pm 2\sqrt{2}$$

9. 두 점 A(-5, 1), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$ ② $\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ⑤ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

해설

구하는 점을 $P(a, -a)$ 라 하면 ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (a+1)^2 = (a-4)^2 + (a+5)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$

10. 두 점 A(1, 5), B(5, 3)에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점 P의 좌표는?
- ① (4, 5)

② (3, 4)

③ (2, 3)

④ (1, 2)

⑤ (0, 1)

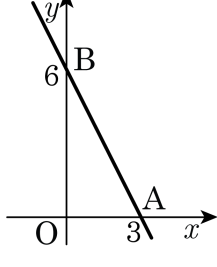
해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 값이 최소가 되기 위한 점 P는 점 A와 점 B의 중점이어야 한다.
따라서 P(3, 4)

해설

P(x, y)로 놓으면
$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= \{(x-1)^2 + (y-5)^2\} + \{(x-5)^2 + (y-3)^2\} \\ &= 2x^2 - 12x + 2y^2 - 16y + 60 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9) + 2(y^2 - 8y + 16) + 10 \\ &= 2(x-3)^2 + 2(y-4)^2 + 10\end{aligned}$$
따라서 x = 3, y = 4일 때 최솟값을 갖는다.

11. x 축, y 축 및 직선 $y = -2x + 6$ 으로 둘러싸인 $\triangle OAB$ 의 넓이를 3등분하고, 원점을 지나는 두 직선의 방정식은 $y = ax$ 와 $y = bx$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

원점을 지나며 $\triangle OAB$ 의 넓이를 3등분하는 직선은 $\overline{AB}$ 를 1 : 2로 내분하는 점과 2 : 1로 내분하는 점 (2, 2)와 (1, 4)를 각각 지난다.
두 점 (0, 0), (2, 2)를 지나는 직선의 방정식은 $y = x$ 이고,
두 점 (0, 0), (1, 4)를 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$ 이다.
그러므로 $a + b = 1 + 4 = 5$

12. 점 $(2, -3)$ 을 지나고, 직선 $2x - 4y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식을 구하였더니 $ax + by + c = 0$ 가 되었다. 이를 만족하는 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값은?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

직선 $2x - 4y - 1 = 0$ 에 수직이므로
기울기는 -2 이다.
점 $(2, -3)$ 을 지나므로 직선의 방정식은
 $y + 3 = -2(x - 2)$
즉, $2x + y - 1 = 0$ 이다.
 $a = 2, b = 1, c = -1$
 $\therefore a + b + c = 2$

13. $y = ax + b$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나고 기울기 a 는 $-1 \leq a \leq 3$ 인 범위의 수라고 한다. 이때, y 절편 b 의 범위를 구하면?

- ① $-1 \leq b \leq 2$ ② $-2 \leq b \leq 2$ ③ $-2 \leq b \leq 3$
④ $-1 \leq b \leq 3$ ⑤ $-2 \leq b \leq 4$

해설

$y = ax + b$ 에 $(1, 1)$ 을 대입하면 $a + b = 1$
또 $-1 \leq a \leq 3$ 이므로 $a = -1$ 일 때, $b = 2$
 $a = 3$ 일 때, $b = -2$
 $\therefore -2 \leq b \leq 2$

14. 두 원 $x^2 + y^2 + 4x - ay + b = 0$, $x^2 + y^2 + 2x + by + a + 2 = 0$ 의 두 교점을 지나는 직선의 방정식이 $x + y + 1 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 원의 교점은

$x^2 + y^2 + 4x - ay + b - k(x^2 + y^2 + 2x + by + a + 2) = 0$ 으로 나타낼 수 있다.

문제에서 교점을 지나는 직선이므로 $k = 1$

$$\Rightarrow 4x - ay + b - 2x - by - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x - \frac{(a+b)}{2}y + \frac{b-a-2}{2} = 0$$

$$\therefore a + b = -2, \quad b - a - 2 = 2$$

$$\Rightarrow a = -3 \quad b = 1$$

$$\therefore a + b = -2$$

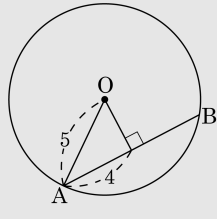
15. $y = x + k$ 가 원 $x^2 + y^2 + 6y - 16 = 0$ 에 의해서 잘린 현의 길이가 8 일 때, 상수 k 값의 합은 ?

① 6 ② 9 ③ -6 ④ -9 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} y = x + k \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + (y + 3)^2 = 25 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①, ②의 교점을 A, B 라 하면
 $\overline{AB} = 8$, $\overline{OA} = 5$ 이므로
 점 O 에서 ①에 이르는 거리는 3 이다.



$$\frac{|3 + k|}{\sqrt{1 + 1}} = 3, \quad k^2 + 6k - 9 = 0$$

$$k \text{ 값의 합} \Rightarrow -6$$

16. 방정식 $2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 = 0$ 은 원을 나타낸다. 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 4 ③ $\sqrt{2}$ ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y + 3 &= 0 \\ \Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2(y^2 - 2y + 1 - 1) + 3 &= 0 \\ \Rightarrow 2(x + 1)^2 + 2(y - 1)^2 &= 1 \\ \Rightarrow (x + 1)^2 + (y - 1)^2 &= \frac{1}{2} \\ \therefore \text{반지름 길이 } \sqrt{\frac{1}{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

17. 방정식 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ 이 나타내는 도형의 중심의 좌표를 $C(a, b)$, 반지름의 길이를 r 라 할때 $a + b + r$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = -1 + 1 + 4$$

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore C(1, -2), r = 2 \quad \therefore a + b + r = 1$$

18. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고

반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

19. $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 1)$ 에서 접하는 직선이 있다. 이 직선의 기울기를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(-3, 1)$ 에서의
접선의 방정식은 $-3 \cdot x + 1 \cdot y = 10$
따라서 이 직선의 기울기는 3

20. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$