

1. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 수를 모두 구하여라. (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$ 이다.)

㉠ 3.14 ㉡ -10 ㉢ π ㉣ 0 ㉤ 30

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$m \neq 0, m, n$ 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

㉠ 유한소수이므로 유리수이다.

㉡ 정수이므로 유리수이다.

㉢ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.

㉣ 정수이므로 유리수이다.

㉤ 자연수이므로 유리수이다.

2. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

3. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 안에
알맞은 수는?

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times \square}{2^4 \times 5 \times \square} = \frac{375}{10000} = 0.0375$$

- ① 3 ② 5 ③ 3^2 ④ 5^2 ⑤ 5^3

해설

$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times 5^3}{2^4 \times 5 \times 5^3} = \frac{375}{10000} = 0.0375$ 에서 안에
알맞은 수는 5^3 이다.

4. 분수 $\frac{6}{2^2 \times 3^2 \times 7} \times a$ 는 유한소수로 나타낼 수 있다. 이때, 가장 작은 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

유한소수는 분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어진다.
분자가 2×3 이므로, 약분하면 분모에 남는 수는 $2 \times 3 \times 7$ 이다.
유한소수로 만들기 위해서는 분모의 3, 7이 약분되어야 하므로
 $a = 3 \times 7 = 21$ 이 되어야 한다.

5. $\frac{7}{11}$ 의 소수점 아래 56번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{7}{11} = 0.6\dot{3}$ 이므로 순환마디의 숫자 2개

$56 = 2 \times 28$ 이므로 소수점 아래 56번째 자리의 숫자는 3이다.

6. 다음 중 가장 큰 수는?

① 0.36

② $0.\dot{3}6$

③ $0.\dot{3}\dot{6}$

④ $(0.6)^2$

⑤ $\frac{4}{11}$

해설

① 0.36

② $0.36666\cdots$

③ $0.3636\cdots$

④ 0.36

⑤ $0.3636\cdots$

따라서 가장 큰 수는 $0.\dot{3}6$ 이다.

7. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a, b 라 하면 $a+b$ 의 값은?

① 12 ② 22 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

해설

$$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots, \frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 27$$

$$\therefore a + b = 30$$

8. 다음 순환소수 중 0.2 와 같은 것은?

- ① $0.1\dot{5}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.1\dot{9}$ ④ $0.\dot{1}9$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{3} \ 0.1\dot{9} = \frac{19 - 1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} = 0.2$$

9. 다음은 순환소수를 분수로 고치는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$ 에 대하여 $0.4\dot{3}\dot{5} = x$ 라 하자.
그러면 $x = 0.4\dot{3}\dot{5} = 0.4353535\cdots$
(가) $= 4.353535\cdots$ ㉠
(나) $= 435.353535\cdots$ ㉡
㉡ - ㉠을 하면 $990x = 431$
 $\therefore x =$ (다)

- ① $10x, 100x, \frac{431}{990}$

③ $100x, 10x, \frac{431}{900}$

⑤ $10x, 100x, \frac{431}{900}$
- ② $10x, 1000x, \frac{431}{990}$

④ $1000x, 10x, \frac{431}{900}$

해설

순환소수 $0.4\dot{3}\dot{5}$ 에 대하여 $0.4\dot{3}\dot{5} = x$ 라 하자.
그러면 $x = 0.4\dot{3}\dot{5} = 0.4353535\cdots$
 $10x = 4.353535\cdots$ ㉠
 $1000x = 435.353535\cdots$ ㉡
㉡ - ㉠을 하면 $990x = 431$
 $\therefore x = \frac{431}{990}$

10. 방정식 $x + 1.0\bar{7} = 2.\bar{1}$ 을 풀면?

① 1

② $\frac{91}{90}$

③ $\frac{46}{45}$

④ $\frac{31}{30}$

⑤ $\frac{47}{45}$

해설

$$\begin{aligned} x &= 2.\bar{1} - 1.0\bar{7} \\ &= \frac{21 - 2}{9} - \frac{107 - 10}{90} = \frac{190 - 97}{90} \\ &= \frac{93}{90} = \frac{31}{30} \end{aligned}$$

11. 다음 계산 결과가 옳은 것은?

① $6 \times 2.\dot{4} = \frac{32}{3}$

② $0.\dot{4} \div 1.\dot{2} = \frac{2}{11}$

③ $0.\dot{5} - 0.4\dot{2} = \frac{13}{99}$

④ $0.\dot{2} \times 0.\dot{5} = \frac{11}{81}$

⑤ $0.\dot{6} \div 0.5\dot{4} = \frac{10}{9}$

해설

① $6 \times 2.\dot{4} = 6 \times \frac{22}{9} = \frac{44}{3}$

② $0.\dot{4} \div 1.\dot{2} = \frac{4}{9} \div \frac{11}{9} = \frac{4}{9} \times \frac{9}{11} = \frac{4}{11}$

④ $0.\dot{2} \times 0.\dot{5} = \frac{2}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{10}{81}$

⑤ $0.\dot{6} \div 0.5\dot{4} = \frac{6}{9} \div \frac{54}{99} = \frac{6}{9} \times \frac{99}{54} = \frac{11}{9}$

12. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 현빈이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}8$ 이 되었고, 찬열이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}9$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{17}{9}$ ② $\frac{19}{9}$ ③ $\frac{17}{90}$ ④ $\frac{19}{90}$ ⑤ $\frac{17}{99}$

해설

$$\text{현빈 : } 0.\dot{1}8 = \frac{17}{90},$$

$$\text{찬열 : } 0.\dot{1}9 = \frac{19}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{찬열이가 본 분자})}{(\text{현빈이가 본 분모})} = \frac{19}{90} = A \text{ 이다.}$$

13. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 45이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $0.\dot{0}9 = 0.1$
- ② $0.1\dot{2}\dot{3} = \frac{61}{495}$
- ③ $\frac{42}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 은 무한소수이다.
- ④ $11.356356356\cdots = 11.\dot{3}5\dot{6}$
- ⑤ $0.6\dot{2}9$ 의 순환마디는 29 이다.

해설

- ③ $\frac{42}{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$ 이므로 유한소수로 나타내어 진다.

15. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개
∴ 85개

16. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

- ① $1.\dot{6}$ ② $1.0\dot{6}$ ③ $1.\dot{0}\dot{6}$ ④ $1.\dot{6}\dot{6}$ ⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

17. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

- ① 15
- ② 16
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 25

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{13665}{99900}$$
 이므로 $ab = 13$ 이다.

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

18. $\frac{1}{4} \leq 0.\dot{a} < \frac{4}{5}$ 를 만족하는 자연수 a 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\frac{1}{4} \leq \frac{a}{9} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{9}{4} \leq a < \frac{36}{5}$$

$$2.25 \leq a < 7.2$$

자연수 a 는 3 , 4 , 5 , 6 , 7

$$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$$

19. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7 개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

20. 4 개의 숫자 1, 2, 3, 4 를 한 번씩 사용하여 $\frac{abcd}{9999}$ 를 만든다고 한다.
만들 수 있는 모든 수를 각각 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\frac{abcd}{9999} = 0.\dot{a}bcd\dot{d} \text{ 에서}$$

소수점 아래 둘째 자리의 숫자 b 가 1 일 경우

나머지 a, c, d 의 자리에 1 을 제외한 3 개의 수(2, 3, 4) 를
일렬로 배열한 것만큼 1 이 있다.

$$\therefore 3 \times 2 \times 1 = 6(\text{가지})$$

b 의 자리에 2, 3, 4 일 경우도 마찬가지로 각각 6 가지씩 있으
므로

$$\text{총 } (1 + 2 + 3 + 4) \times 6 = 60 \text{ 이다.}$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리 숫자의 총합은 60 이다.