

1. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) = $7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

2. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

3. 다음 중 소수는?

- ① 33 ② 63 ③ 57 ④ 77 ⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
따라서 소수는 101 이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 2는 소수이다.
- ② 1과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
- ③ 1은 소수가 아니다.
- ④ 합성수는 약수가 3개 이상인 수이다.
- ⑤ 소수는 약수가 1개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2개이다.

5. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$
 $2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2, b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $a = 15, b = 60$
 $\therefore b - a = 45$

6. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① $36, 66$

② $21, 49$

③ $25, 52$

④ $34, 51$

⑤ $18, 94$

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7 이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1 이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17 이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2 이다.

7. 다음 수들의 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} \square) 18 \quad 54 \\ \square) 9 \quad 27 \\ \square) \square \quad 9 \\ \square \quad \square \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

$$\begin{array}{r} 2) 18 \quad 54 \\ 3) 9 \quad 27 \\ 3) 3 \quad 9 \\ 1 \quad 3 \end{array}$$

최소공배수: $2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$

8. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$$56 = 2^3 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$56, 84, 70 \text{의 최대공약수는 } 2 \times 7 = 14$$

9. 세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 일 때, 다음 중 A 가 될 수 없는 것은?

- ① 18 ② 30 ③ 36 ④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 이므로 A 는 약수로 18 을 가진다.
따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될 수 없다.

10. 2^2 , 2×3^2 , 3×7 의 공배수 중에서 200 이상 300 이하인 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 252

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$ 이므로 공배수는 252의 배수이다. 그 중 200 이상 300 이하인 수는 252이다.

11. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 168cm 인 직사각형 모양의 벽면에 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 개수를 최대한 적게 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또한, 타일이 몇 개가 사용되는가?

- ① 18cm, 35 개 ② 24cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 24cm, 40 개 ⑤ 28cm, 40 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 하면,
 $120 = x \times \square$, $168 = x \times \triangle$
 x 는 120 과 168 의 최대공약수
 $120 = 2^3 \times 3 \times 5$, $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $\therefore x = 2^3 \times 3 = 24$ (cm)
 $120 = 24 \times 5$, $168 = 24 \times 7$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 7 = 35$ (개)

13. 현서는 3일에 한 번, 소윤이는 4일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9월 26일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

3과 4의 최소공배수는 12이므로 9월 26일부터 12일 후인 10월 8일, 그 12일 후인 10월 20일, 그 12일 후는 11월 1일이므로, 현서와 소윤이는 10월 달에 2번 만나게 된다.

14. 가로가 15cm, 세로가 18cm 인 타일이 여러 장 있다. 이 타일들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형 모양을 만들려고 한다. 타일은 모두 몇 장 필요한가?

① 15장 ② 20장 ③ 25장 ④ 30장 ⑤ 35장

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15 \ 18} \\ \underline{5 \ 6} \\ 0 \end{array}$$

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 90cm 이고, $5 \times 6 = 30$ (장)의 타일이 필요하다.

15. 7로 나누면 2가 남고 12로 나누면 3이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 177

해설

7과 12의 공배수에 9를 더한 수는 7로 나누면 2가 남고, 12로 나누면 3이 모자란 수이다.

7과 12의 최소공배수: 84

$$84 \times 2 + 9 = 177$$

16. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 9, 최소공배수는 360 이고, $A+B = 117$ 일 때, $A-B$ 를 구하여라. (단, $A > B$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$A = 9a, B = 9b$ 라고 하면
(단, a, b 는 서로소, $a > b$)
최소공배수 $360 = 9 \times 40 = 9 \times a \times b$ 이다.
 $a \times b = 40$ 이고 $A > B$ 이므로
 $a = 40, b = 1$ 일 때 $A = 360, B = 9,$
 $a = 20, b = 2$ 일 때 $A = 180, B = 18,$
 $a = 10, b = 4$ 일 때 $A = 90, B = 36,$
 $a = 8, b = 5$ 일 때 $A = 72, B = 45,$
 $A + B = 117$ 이므로 $A = 72, B = 45$ 이다.
 $\therefore A - B = 27$

17. 두 수 $2^2 \times 3$, A 의 최대공약수가 2×3 , 최소공배수가 $2^2 \times 3 \times 7$ 일 때, A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

두 수 A , B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $(2^2 \times 3) \times A = (2 \times 3) \times (2^2 \times 3 \times 7) = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이다.
 $\therefore A = 2 \times 3 \times 7 = 42$

18. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

- ① 15 ② 18 ③ 24 ④ 25 ⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

19. 720의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720의 약수는 $(2^4$ 의 약수) $\times(3^2$ 의 약수) $\times(5$ 의 약수)이다.

20. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x$ (a 는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15개이므로

$(4+1) \times (x+1) = 15$, $x+1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

21. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^m \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 \square 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

22. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

23. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a+b+c-l-m-n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1$$

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8$$

24. $2^3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수 중에서 35의 배수의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

해설

$2^3 \times 5 \times 7^2 = 2^3 \times 7 \times 35$ 이므로
약수 중 35의 배수인 약수의 개수는 $2^3 \times 7$ 의 약수의 개수와 같다.
 $\therefore (3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

25. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.
 $15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.
 $\therefore n$ 중 가장 작은 수 $= 2^4 \times 3 \times 5 = 240$