

1. x 에 대한 이차방정식 $(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이 허근을 가질 때, $k > m$ 이다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(k^2 - 1)x^2 - 2(k - 1)x + 1 = 0$ 이

허근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (k - 1)^2 - (k^2 - 1) < 0$$

$$(k^2 - 2k + 1) - (k^2 - 1) < 0$$

$$-2k + 2 < 0, k > 1$$

$$\therefore m = 1$$

2. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^4 + \beta^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 161

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -3, \alpha\beta = -2 \\ \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 13 \\ \alpha^4 + \beta^4 &= (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2 \\ &= (13)^2 - 2\alpha^2\beta^2 \\ &= (13)^2 - 2(-2)^2 = 161\end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여
 $3\alpha + 4\alpha = 14k \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
 $\textcircled{㉢}$ 을 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $4k^2 = 8k$, $4k(k - 2) = 0$
 $\therefore k = 0$ 또는 $k = 2$
따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

① 36 ② 40 ③ 42 ④ 45 ⑤ 52

해설

$x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha + \beta = m, \alpha\beta = n$

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로

두 근의 합 $(\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = m + n = 4$

두 근의 곱 $(\alpha + \beta)\alpha\beta = mn = 1$

$\therefore m^3 + n^3 = (m + n)^3 - 3mn(m + n)$

$= 64 - 12 = 52$