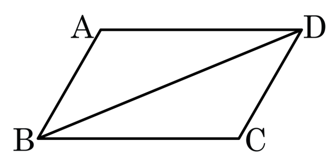
1. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



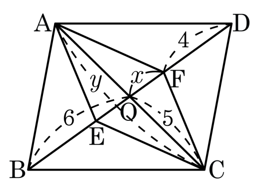
평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면
$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$　② $\overline{AB}$　③ $\overline{CD}$　④ $\overline{AD}$　⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)이다.

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

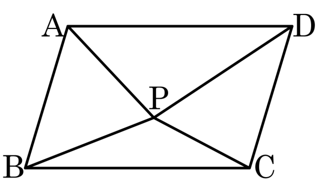
▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 10$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로 $y = 2 \times 5 = 10$ 이고 $x + 4 = 6$, $x = 2$

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15cm^2$, $\triangle PBC = 11cm^2$, $\triangle PCD = 12cm^2$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답： $14\underline{\ cm^2}$

해설

$\triangle PAB+\triangle PCD = \triangle PAD+\triangle PBC = \frac{1}{2}\times\square ABCD$, $\triangle PAB+12 = 15+11 = 26(cm^2)$

$\therefore \triangle PAB = 14cm^2$

4. 다음 중 직사각형이 아닌 것은?

① 네 각의 크기가 모두 90° 인 사각형

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

③ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형

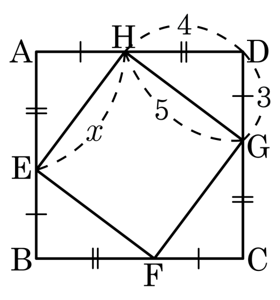
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형

⑤ 한 각의 크기가 90° 인 평행사변형

해설

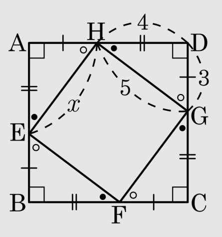
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

5. □ABCD 가 정사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



$\triangle HAE \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)
$\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{HG}$ 이고 $\angle HEF = 90°$ 이므로
□EFGH 는 정사각형이다.
$\therefore \ x = 5$

6. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사각형이다.
② 사다리꼴은 평행사변형이다.
③ 정사각형은 마름모이다.
④ 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
④ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

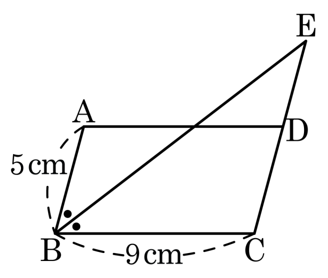
7. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

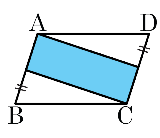
▷ 정답 : 4 cm

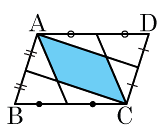
해설

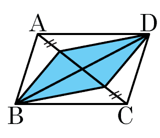
$\overline{BC} = \overline{CE} = 9\,\mathrm{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\mathrm{cm}$

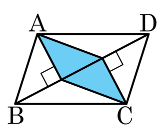
$\therefore \overline{DE} = 9 - 5 = 4(\mathrm{cm})$

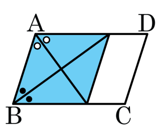
9. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 것은?

①


②


③


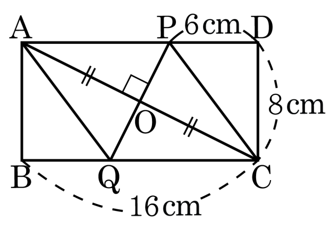
④


⑤


해설

①,②,③,④ : 평행사변형
⑤ 마름모

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{\ \text{cm}^2}$

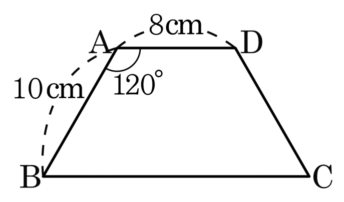
해설

□AQCP 는 마름모이므로

$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$$\square AQCP = \square ABCD - 2\triangle ABQ$$
$$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$$
$$= 128 - 48 = 80(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

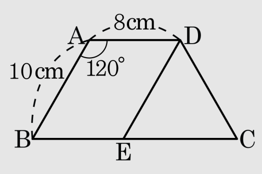


▶ 답:

▷ 정답: 46

해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BE}$, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 10\text{cm}$이고, 동위각이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
$\triangle DEC$는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 10\text{cm}$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고 밑각이 $60°$이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 10\text{cm}$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18\text{cm}$
따라서 둘레의 길이는 $8 + 10 + 18 + 10 = 46(\text{cm})$이다.

12. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

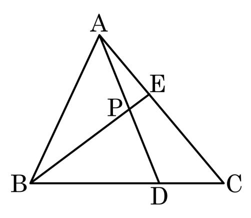
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

13. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$이다. $\triangle ABP$의 넓이가 $10\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



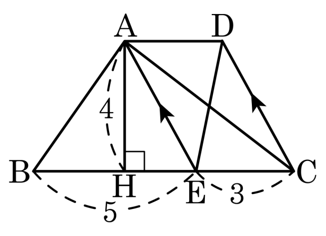
① $\frac{112}{5}\,cm^2$　② $\frac{113}{4}\,cm^2$　③ $\frac{125}{3}\,cm^2$
④ $\frac{123}{11}\,cm^2$　⑤ $\frac{133}{7}\,cm^2$

해설

$\triangle ABD = 10 \times \frac{5}{2} = 25$

$\therefore\ \triangle ABC = 25 \times \frac{5}{3} = \frac{125}{3}$

14. 다음 그림과 같이 $\square ABED$의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AE}$와 평행한 직선이 $\overline{BE}$의 연장선과 만나는 점을 C라 할 때, $\square ABED$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

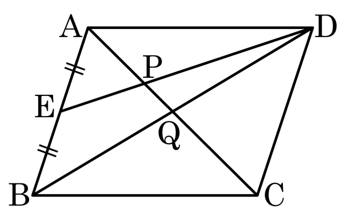
해설

$\overline{AE} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\triangle ADE$와 $\triangle ACE$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle ACE$

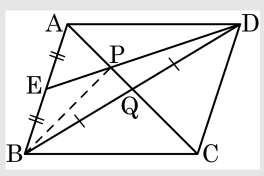
$= \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5+3) \times 4 = 16$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{DP} : \overline{PE} = 2 : 1$ 이다. 평행사변형의 넓이는 48cm^2 일 때, $\triangle DPQ$ 의 넓이는?



① 4cm^2　② $\frac{9}{2}\text{cm}^2$　③ 5cm^2
④ $\frac{11}{2}\text{cm}^2$　⑤ 6cm^2

해설



$\triangle BDE = \frac{1}{2}\triangle ABD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 12(\text{cm}^2)$

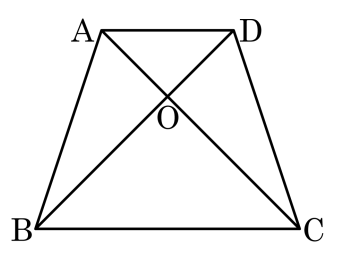
$\triangle DBP : \triangle EBP = 2 : 1$ 이므로

$\triangle DBP = \frac{2}{3}\triangle BDE = \frac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm}^2)$

$\triangle BPQ : \triangle DPQ = 1 : 1$

$\triangle DPQ = \frac{1}{2}\triangle DBP = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD = 48\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

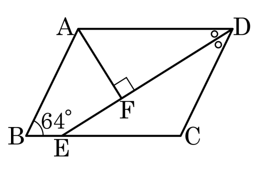


① 432cm^2
② 480cm^2
③ 562cm^2
④ 600cm^2
⑤ 642cm^2

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,\text{cm}^2$
$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$ 인 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F 라 할 때, $\angle BAF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 58°

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

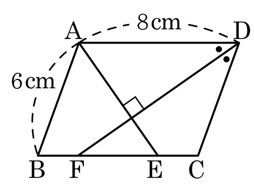
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



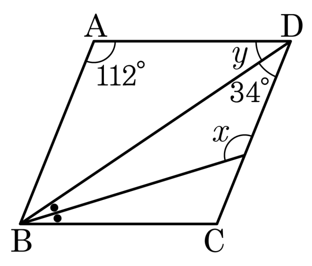
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$ 이므로
$\angle A + \angle D = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ 인데
$\angle FDA + \angle DAE = 90°$ 이므로
$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
$\therefore \angle DAE = \angle EAB$
$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로,
$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)
$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)
즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\,\text{cm}$
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로
$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$
$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$

19. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

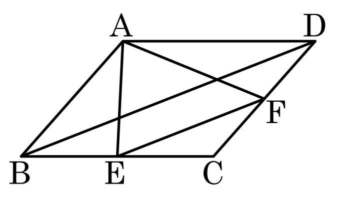
▷ 정답 : $\angle x = 129°$

▷ 정답 : $\angle y = 34°$

해설

주어진 조건에 의해서 □ABCD 가 평행사변형이 되려면 $112° + \angle y + 34° = 180°$ 가 성립해야 한다.
따라서 $\angle y = 34°$ 이다.
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\bullet = \dfrac{34°}{2} = 17°$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle x = 17° + 112° = 129°$ 이다.
따라서 $\angle x = 129°$, $\angle y = 34°$ 이다.

20. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{EF} // \overline{BD}$ 이다. $\triangle ABE = 20\,cm^2$ 일 때, $\triangle AFD$ 의 넓이를 구하여라.



① $16\,cm^2$ ② $18\,cm^2$ ③ $20\,cm^2$
④ $22\,cm^2$ ⑤ $24\,cm^2$

해설
$\overline{DE}$ 와 $\overline{BF}$ 를 그으면
$\triangle ABE = \triangle DBE = \triangle DBF = \triangle DAF$