

1. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.4\dot{9} = 0.5$

② $0.83 > 0.\dot{8}\dot{3}$

③ $0.\dot{9} < 1$

④ $0.4\dot{5} > 0.5$

⑤ $0.\dot{5}\dot{6} < 0.\dot{5}0\dot{6}$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.4\dot{9} = \frac{49 - 4}{90} = \frac{45}{90} = 0.5$$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ③ 모든 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 무한소수는 모두 유리수가 아니다.
- ⑤ 유리수에는 정수와 유한소수만 포함된다.

해설

- ② 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ④ 순환소수는 유리수이다.
- ⑤ 순환소수도 유리수이다.

3. $a = 25^x$ 일 때, 625^x 을 a 에 관한 식으로 나타내면?

① a

② a^2

③ a^3

④ a^4

⑤ a^5

해설

$$a = 25^x = (5^2)^x = 5^{2x}$$

$$625^x = (5^4)^x = 5^{4x} = (5^{2x})^2 = a^2$$

4. 단항식 $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 을 계산하면?

① x^{14}

② x^{15}

③ x^{16}

④ x^{17}

⑤ x^{18}

해설

$$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$$

5. $42x^3y^2 \div 12xy^3 \div \frac{7x}{y}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{2}x$

② $3x^2$

③ $7xy$

④ $\frac{2x}{3}$

⑤ x^2y^3

해설

$$(\text{준식}) = 42x^3y^2 \times \frac{1}{12xy^3} \times \frac{y}{7x} = \frac{x}{2}$$

6. 다음 식을 계산하면?

$$\frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$$

① $-\frac{x^6}{y}$

② $-\frac{x^4}{y^2}$

③ $\frac{x^4}{y^2}$

④ $\frac{x^6}{y}$

⑤ $\frac{x^6}{y^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right) \\ &= \frac{3}{7}x^4 \times \frac{7}{12}x^3y \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) \\ &= -\frac{x^6}{y} \end{aligned}$$

7. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$
④ $\frac{25}{48}$

② $\frac{12}{60}$
⑤ $-\frac{24}{15}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

8. $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 무한소수가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 무한소수가 되기 위해서는 분모에 2, 5 이외의 소인수가 있어야 하는데, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 9이다.

9. $\frac{5}{27}, \frac{23}{27}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{4}, y + 0.\dot{4}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{4}{11}$

③ $\frac{8}{11}$

④ $\frac{13}{11}$

⑤ $\frac{17}{11}$

해설

$$\frac{5}{27} = x - \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{17}{27}$$

$$\frac{23}{27} = y + \frac{4}{9}$$

$$y = \frac{11}{27}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{17}{11}$$

10. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

11. $\left(\frac{x^a y^4}{x^2 y^b}\right)^6 = \frac{y^6}{x^6}$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -3

해설

$$\frac{x^{6a} y^{24}}{x^{12} y^{6b}} = \frac{y^6}{x^6}$$

$$\therefore 24 - 6b = 6, 12 - 6a = 6$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$\therefore b - a = 2$$

12. 세로의 길이가 $(2ab^2)^2$ 인 직사각형의 넓이가 $(4a^2b^3)^3$ 일 때, 이 직사각형의 가로 길이는?

① $8a^2b^4$

② $8a^3b^4$

③ $16a^4b^5$

④ $20a^3b^4$

⑤ $24a^4b^5$

해설

$$(2ab^2)^2 \times (\text{가로의 길이}) = (4a^2b^3)^3 \text{ 이므로}$$

$$(\text{가로의 길이}) = 64a^6b^9 \times \frac{1}{4a^2b^4} = 16a^4b^5$$

13. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 2^x , 5^y , $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

$\therefore$ 8개

14. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉤ $5 \div 4$

㉦ $1 \div 3$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉦

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉦ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

15. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1

② 2

③ 3

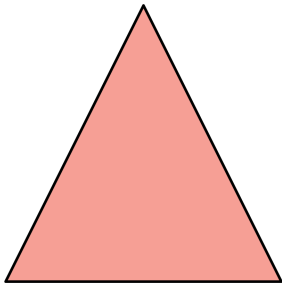
④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142 \dots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

16. 다음과 같이 밑면이 삼각형 모양인 선물 상자가 있다. 선물 상자의 밑면의 넓이는 2^5cm^2 이라고 한다. 이 밑면의 가로가 2^3cm 이라 할 때, 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

(삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{가로의 길이}) \times (\text{높이})$ 에 의해서

$$\frac{1}{2} \times 2^3 \times x = 2^5,$$

$$2^{3-1} \times x = 2^5,$$

$$2^2 \times x = 2^5, x = 2^{5-2} = 2^3$$

높이는 8 이다.

17. 1 보다 작은 분수 $\frac{14}{a}$ 를 소수로 나타내면 소수 첫째 자리의 숫자가 3 이고 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$0.3 \leq \frac{14}{a} < 0.4$$

$$\frac{3}{10} \leq \frac{14}{a} < \frac{4}{10}$$

자연수 a 의 범위를 구하면 $35 < a \leq 46.\dot{6}$ 이다.

a 는 2 와 5 이외의 인수를 가지지 않으므로 40 이다.

18. $9^x = 4$ 일 때, $\frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2}{9}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

해설

$$9^x = (3^2)^x = 3^{2x} = 4$$

따라서 $3^x = 2$ 이고, $3^{4x} = (3^x)^4 = 2^4 = 16$ 이다.

$$\therefore \frac{3^{2x}}{3^{4x} + 3^x} = \frac{4}{16 + 2} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

19. $64^{4x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2-13x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

주어진 식의 양변의 밑이 2가 되도록 바꾸면

$$(2^6)^{4x+1} = (2^{-2})^{2-13x}$$

$$2^{24+6} = 2^{-4+26x}$$

$$24x + 6 = -4 + 26x$$

$$-2x = -10$$

$$\therefore x = 5$$

20. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$$

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)