

1. $x = ab$, $y = a^2 + b^2$ 이고 $a + b = 5$, $ab = 3$ 일 때, $\sqrt{(x-y)^2} + \sqrt{(x+y)^2}$ 의 값은? (단, a , b 는 실수)

① 6

② 8

③ 32

④ 38

⑤ 40

해설

$$x = ab = 3$$

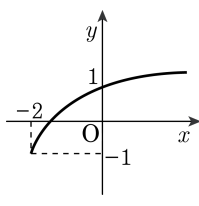
$$y = a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 25 - 6 = 19$$

$$x - y < 0, \quad x + y > 0 \text{이므로}$$

$$(\text{준식}) = |x - y| + |x + y|$$

$$= -(x - y) + (x + y) = 2y = 38$$

2. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



- ① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
 ③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $(-\sqrt{2}, 0)$
 ⑤ $(-\sqrt{3}, 0)$

해설

함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는

함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로

c 만큼 평행 이동시킨 것이므로

$$b = 2, c = -1$$

$$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$$

한편, 이 그래프는 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a\sqrt{0+2} - 1$$

$$\therefore a = \sqrt{2}$$

따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와

x 축의 교점의 x 좌표를 구하면

$$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$$

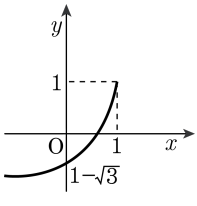
$$\sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x+2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

3. 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4



해설

주어진 그림은 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 1만큼 평행이동한
 것이므로 $y-1 = -\sqrt{a(x-1)}$
 즉 $y = -\sqrt{a(x-1)}+1$
 그런데 이 그래프가 점 $(0, 1-\sqrt{3})$ 을 지나므로
 $1-\sqrt{3} = -\sqrt{-a}+1,$
 $\therefore a = -3$
 $\therefore y = -\sqrt{-3(x-1)}+1$
 $\therefore a+b+c = (-3)+3+1 = 1$

4. 함수 $y = \sqrt{2x-8} + a$ 의 최솟값이 -3 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(b, 1)$ 을 지날 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \sqrt{2x-8} + a = \sqrt{2(x-4)} + a$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) 함수의 정의역은 $\{x \mid x \geq 4\}$ 이므로

$x = 4$ 일 때 최솟값 -3 을 갖는다.

$$-3 = \sqrt{2 \cdot 4 - 8} + a \quad \therefore a = -3$$

ii) 함수의 그래프가 점 $(b, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \sqrt{2b-8} - 3 \quad \therefore b = 12$$

$$\text{i), ii)에 의해 } \frac{b}{a} = \frac{12}{-3} = -4$$

5. $a = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, $b = \sqrt{2 - \sqrt{3}} + 1$ 일 때, $a^2 + b^2 - ab - a$ 의 값을 구하면?

① 1

② -1

③ 2

④ $4 - 2\sqrt{2}$

⑤ $2 - \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \\ b &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} + 1 = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} + 1 \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} + 1 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} + 1 \\ b - 1 &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \\ a^2 + b^2 - ab - a &= (a - b)^2 + ab - a \\ &= (a - b)^2 + a(b - 1) \\ &= (\sqrt{2} - 1)^2 + 1 \\ &= 4 - 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

6. $x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}, y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ 일 때,
 $x^4 + x^2y^2 + y^4 + 1$ 의 값을 구하면?

① $2\sqrt{3}$ ② 1 ③ 99 ④ 100 ⑤ 101

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}} = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x + y = 2\sqrt{3}, xy = 1$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 12 - 2 = 10$$

$$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2 = 100 - 2 = 98$$

$$\therefore x^4 + x^2y^2 + y^4 + 1 = 98 + 1 + 1 = 100$$

7. $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$ 일 때 $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 6}{x^4 + 2x^3 + 2x + 9}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$x = \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 에서}$$

$$x + 1 = \sqrt{2} \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\text{분자 : } x^3 + x^2 - 3x + 6$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x - 1) + 5 = 5$$

$$\text{분모 : } x^4 + 2x^3 + 2x + 9$$

$$= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 1) + 10 = 10$$

$$\therefore \text{준식} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

8. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

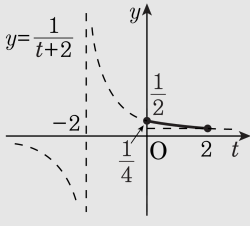
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



9. 함수 $y = \frac{x-3}{x-1}$ 과 $y = \sqrt{-x+k}$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 실수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \frac{x-3}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.

따라서, 주어진 분수함수의 그래프와 함수 $y = \sqrt{-x+k}$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에

서 만나려면

$k \geq 3$ 이어야 하므로 k 의 최솟값은 3 이다.

