

1. $2^{16} - 1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 임을 이용하여 $2^{16} - 1$ 을 인수분해하면

$$2^{16} - 1 = (2^8)^2 - 1^2$$

$$= (2^8 + 1)(2^8 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^4 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2^2 - 1)$$

$$= (2^8 + 1)(2^4 + 1)(2^2 + 1)(2 + 1)(2 - 1)$$

$$= 257 \cdot 17 \cdot 5 \cdot 3$$

따라서 $2^{16} - 1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

2. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

3. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

4. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

5. $x^4 - 8x^2 - 9$ 를 x 에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수

② 유리수

③ 무리수

④ 실수

⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 - 9)(x^2 + 1) \\&= (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + i)(x - i)\end{aligned}$$

$\therefore$ 복소수

6. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$

② $a + b - c$

③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$

⑤ $-a - b + c$

해설

$$a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)$$

$$= a^2 - (b - c)^2$$

$$= (a + b - c)(a - b + c)$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$ (단, 복부호 동순)

7. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

8. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$

② $x + y + 1$

③ $2x - y + 1$

④ $3x - y + 2$

⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$$

$$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$$

인수분해하면 $(x + y - 1)(3x - y + 2)$

9. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\&= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\&= (c-b)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

10. $a - b = 3$, $b - c = 1$ 일 때, $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

① -14

② -12

③ -8

④ -4

⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \quad b - c = 1 \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} \text{에} \text{서} \quad a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$ab(b - a) + (b - a)\{c^2 - c(b + a)\}$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)\{a(b - c) + c(c - b)\}$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$