

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 - 5 = 2(x^2 - 1)$

② $(x - 3)(x + 1) = x^2 - 4$

③ $3(x + 1) = 5(x + 1)$

④ $(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$

⑤ $x^2 = (x - 4)^2$

해설

$$(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

$$\therefore x^2 - 25 = 0$$

2. 다음 중 { } 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 2x - 3 = 0$ { -1 }

② $x^2 - 9x + 20 = 0$ { 4 }

③ $2x^2 + x - 15 = 0$ $\left\{ \frac{5}{2} \right\}$

④ $x^2 + 4x - 12 = 0$ { 6 }

⑤ $x^2 - 9x - 22 = 0$ { 11 }

해설

② $4^2 - 9 \times 4 + 20 = 0$

③ $2 \times \frac{25}{4} + \frac{5}{2} - 15 = 0$

⑤ $121 - 99 - 22 = 0$

3. 이차방정식 $(3x - 1)(x + 2) = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$

② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$

③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

$$(3x - 1)(x + 2) = 0$$

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

4. 다음 이차방정식 $x^2 - 3x - 18 = 0$ 의 해를 모두 구하면? (정답 2 개)

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x - 6)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = -3$$

5. 이차방정식 $(x-2)^2 - 5 = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = -5$

② $x = 2 \pm \sqrt{5}$

③ $x = -2 \pm \sqrt{5}$

④ $x = 2 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 5$

해설

$$(x-2)^2 = 5$$

$$x-2 = \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{5}$$

6. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 해를 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k \geq 0$

④ $k > 0$

⑤ $k < 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, x - p = \pm \sqrt{k}$$

$$\therefore x = p \pm \sqrt{k}$$

이차방정식은 실수 범위이므로, 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$$\therefore k \geq 0$$

7. 두 수 또는 두 식 $A \cdot B = 0$ 인 것을 가장 알맞게 표현한 것은?

① $A = 0$ 그리고 $B = 0$

② $A \neq 0$ 그리고 $B = 0$

③ $A = 0$ 그리고 $B \neq 0$

④ $A = 0$ 또는 $B = 0$

⑤ $A \neq 0$ 그리고 $B \neq 0$

해설

$A \cdot B = 0$ 가 성립하려면 A, B 중 적어도 어느 하나는 0 이 되어야 한다.

이를 표현한 것은 ④이다.

8. 이차방정식 $x(x-2) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = 2$

② $x = 0$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

9. 다음 이차방정식 $16x^2 - 24x + 9 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{3}{4}$

③ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

④ $x = \frac{1}{4}$ (중근)

⑤ $x = \frac{3}{4}$ (중근)

해설

$$16x^2 - 24x + 9 = 0$$

$$(4x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \text{ (중근)}$$

10. $x(x-7) = 18$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax - 6a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 1

⑤ 4

해설

$$x^2 - 7x - 18 = (x - 9)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2, 9$$

$(-2)^2 - a(-2) - 6a = 0$ 을 정리하면 $4a = 4$ 이다.

$$\therefore a = 1$$

11. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4 = 0$

㉡ $x^2 = 8x - 16$

㉢ $(3x + 1)^2 = 1$

㉣ $x^2 = 0$

㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$

$\therefore x = 4$ (중근)

㉣ $x^2 = 0$

$\therefore x = 0$ (중근)

㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$(2x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

12. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (중근)

② $x = -3$ (중근)

③ $x = 5$ (중근)

④ $x = 1$ (중근)

⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$

13. 이차방정식 $x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 가지기 위한 a 의 값을 모두 고르면?

① 1

② -2

③ 2

④ -1

⑤ 3

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 하므로

$$a = \pm \left(2 \times 1 \times \frac{1}{2} \right)$$

$$a = \pm 1$$

14. 이차방정식 $2x^2 - ax + 2b - 4 = 0$ 이 중근 $x = -2$ 를 가질 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 4

해설

중근 -2 를 가지므로

$$(x + 2)^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 + 8x + 8 = 0$$

$$\therefore a = -8, b = 6$$

$$\therefore a + b = -2$$

15. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$D = 36 - 4a = 0, a = 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3 = b$$

$$\therefore a + b = 12$$

16. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

17. A 의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B 의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A 와 B 의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120

② 121

③ 122

④ 123

⑤ 124

해설

A 와 B 의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.

따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

18. $2(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$2(x^2 - 2x + 1) + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$(2 - a)x^2 = 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

19. 다음 중 $-3, \frac{3}{2}$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은?

① $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

② $(2x + 3)(x - 3) = 0$

③ $\left(x - \frac{3}{2}\right)(x - 3) = 0$

④ $(2x - 3)(x + 3) = 0$

⑤ $\left(x + \frac{3}{2}\right)(x + 3) = 0$

해설

$\frac{3}{2}, -3$ 를 대입하였을 때 성립하는 식은 ④이다.

20. 이차방정식 $x^2 + ax - 2 = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 이고, $x^2 + 3x + b = 0$ 의 한 근이 $x = -1$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + ax - 2 = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4 - 2a - 2 = 0 \quad \therefore a = 1$$

$x^2 + 3x + b = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면,

$$1 - 3 + b = 0 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore ab = 2$$

21. $x^2 - \sqrt{7}x + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라 할 때, $\alpha - \frac{1}{\alpha}$ 의 값은?

① ± 1

② 0

③ $\pm \sqrt{3}$

④ $\pm \sqrt{2}$

⑤ $\pm \sqrt{7}$

해설

α 가 주어진 방정식의 근이므로

$$x = \alpha \text{ 를 대입하면 } \alpha^2 - \sqrt{7}\alpha + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } \alpha \text{ 로 나누면 } \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{7}$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = \left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 4$$

$$\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 = 7 - 4 = 3$$

$$\therefore \alpha - \frac{1}{\alpha} = \pm \sqrt{3}$$

22. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 해 중 부등식 $2(4 - x) > x - 2$ 를 만족하는 것을 구하면?

- ① $x = 2$ ② $x = 3$ ③ $x = 4$ ④ $x = 5$ ⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 2, 5$$

$$2(4 - x) > x - 2$$

$$-3x > -10$$

$$\therefore x < \frac{10}{3}$$

따라서 구하는 값은 $x = 2$ 이다.

23. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 3a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① a 의 값은 4 이다.

② 다른 한 근을 b 라 하면 $a + b = -2$ 이다.

③ 주어진 방정식의 x 의 계수와 상수항의 합은 4 이다.

④ 다른 한 근은 이차방정식 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 의 근도 된다.

⑤ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $q = 4$ 이다.

해설

한 근 $x = 2$ 를 대입하면 $2^2 - 2a \times 2 + 3a = 0$

$\therefore a = 4$

따라서 주어진 식은 $x^2 - 8x + 12 = 0$

$(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

24. 이차방정식 $(2x - 1)^2 = 3$ 의 두 근의 합을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(2x - 1)^2 = 3$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{1 + \sqrt{3}}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}}{2} = 1$$

25. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

26. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 에 $x = m$ 을 대입하면,

$$m^2 - 2m - 1 = 0$$

$$1 + 2m = m^2, \quad 1 - m^2 = -2m$$

$$\therefore \frac{m^2}{1+2m} - \frac{6m}{1-m^2} = \frac{m^2}{m^2} - \frac{6m}{-2m} = 1 + 3 = 4$$

27. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

28. 두 이차방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$, $bx^2 - 3x + a = 0$ 이 같은 근을 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a \neq b$)

① -2

② 0

③ ± 1

④ ± 3

⑤ ± 5

해설

두 방정식의 같은 근(공통근)을 α 라 하면

$$a\alpha^2 - 3\alpha + b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$b\alpha^2 - 3\alpha + a = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{를 하면 } (a - b)\alpha^2 - (a - b) = 0$$

$$(a - b)(\alpha^2 - 1) = 0$$

$$a \neq b \text{ 이므로 } \alpha^2 - 1 = 0 \therefore \alpha = \pm 1$$

$$\alpha = 1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = 3$$

$$\alpha = -1 \text{ 일 때, } \textcircled{1} \text{ 또는 } \textcircled{2} \text{에 대입하면 } a + b = -3$$

$$\therefore a + b = \pm 3$$

29. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때,
 mn 의 값은?

① 21

② -21

③ 27

④ -27

⑤ -9

해설

$$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$$

$$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 9, n = -3$$

$$\therefore mn = -27$$

30. 이차방정식 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 것을 m 이라 하면 $n < m < n + 1$ 이다.
정수 n 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$2x^2 - 7x + 2 = 0, 2\left(x^2 - \frac{7}{2}x\right) = -2$$

$$2\left(x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16}\right) = -2 + \frac{49}{8}$$

$$2\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{8}, \left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{33}{16}$$

$$x = \frac{7}{4} \pm \frac{\sqrt{33}}{4}$$

$$\therefore m = \frac{7 + \sqrt{33}}{4}$$

$$5 < \sqrt{33} < 6$$

$$\frac{7+5}{4} < m < \frac{7+6}{4}, 3 < m < 3.25$$

$$3 < m < 4$$

$$\therefore n = 3$$