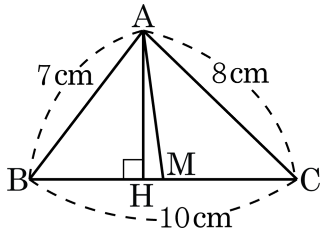
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\dfrac{6\sqrt{55}}{32}\text{cm}$ ② $\dfrac{7\sqrt{55}}{30}\text{cm}$ ③ $\dfrac{7\sqrt{55}}{32}\text{cm}$

④ $\dfrac{8\sqrt{55}}{30}\text{cm}$ ⑤ $\dfrac{9\sqrt{55}}{32}\text{cm}^2$

해설

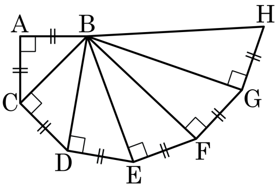
$\overline{BH} = x\text{cm}$, $\overline{HC} = (10 - x)\text{cm}$

$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$, $x = \dfrac{17}{4}$, $\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\dfrac{17}{4}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{55}}{4}(\text{cm})$

$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \dfrac{17}{4} = \dfrac{3}{4}(\text{cm})$

$\triangle AHM = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3\sqrt{55}}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{9\sqrt{55}}{32}(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림에서 $\triangle$BGH 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{\text{GH}}=a$ 라고 하면

$\overline{\text{BG}}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$ 일 때,

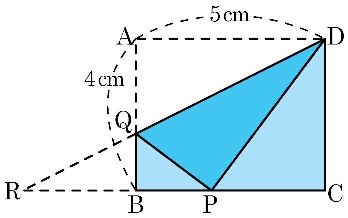
$\triangle$BGH 의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$ 이다.

$\overline{\text{BC}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle$ABC 의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 20cm^2 ③ 30cm^2

④ 40cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\overline{DP} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP} = 3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{BQ} = (4 - x)\text{cm}$

△QBP 에서 $x^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ 이므로

$8x = 20$

$\therefore\ x = 2.5(\text{cm})$

△DAQ ∽ △RBQ (AA 닮음) 이므로

$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$

$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}),\ \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle DPR = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

4. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{1}{9}$　③ $\frac{1}{10}$　④ $\frac{1}{11}$　⑤ $\frac{1}{12}$

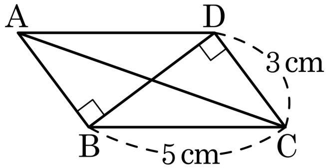
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6,7,10)$

$\therefore$ (확률) $=\frac{1}{10}$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13} + 2)\ \text{cm}$
② $(4\sqrt{13} + 2)\ \text{cm}$
③ $(2\sqrt{13} + 4)\ \text{cm}$
④ $(4\sqrt{13} + 4)\ \text{cm}$
⑤ $10\ \text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$

$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\ \text{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로

대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

삼각형 ABO 에 대해서

$\overline{AB} = 3\ \text{cm},\ \overline{BO} = 2\ \text{cm}$

피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\ \text{cm}$ 이다.

6. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위는? (단, $x > 8$)

① $x > \sqrt{113}$

② $8 < x < \sqrt{113}$

③ $8 < x < 15$

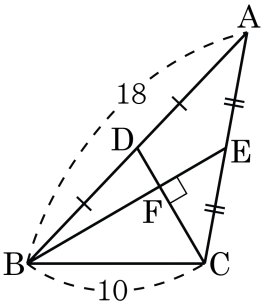
④ $\sqrt{113} < x < 15$

⑤ $x > 15$

해설

삼각형에서 x 가 가장 긴 변이므로 예각삼각형이 되는 조건은
$x^2 < 7^2 + 8^2$, $x^2 < 113, x < \sqrt{113}$ 이다.
조건에 의해 $x > 8$ 이므로 $8 < x < \sqrt{113}$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$

$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$