

1. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

2. $a = \frac{1+i}{1-i}$ 일 때, $a + a^2 + a^3 + \dots + a^{100}$ 의 값을 구하면?

- ① i ② $-i$ ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$a = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$a + a^2 + a^3 + a^4 = i - 1 - i + 1 = 0 \text{ 이고}$$

$$\therefore (a + a^2 + a^3 + a^4) + \dots + (a^{97} + a^{98} + a^{99} + a^{100}) = 0$$

3. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

4. $x = 1 + \sqrt{2}i, y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 2^2 - 2 \times 3 = 4 - 6 = -2$$

5. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

6. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1+i)(1-i)}{(1+i) - (1-i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

7. $\alpha = 1 + i$, $\beta = 2 - i$ 의 켈레복소수를 각각 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 라 할 때, $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$ 의 값은?

① 0 ② 3 ③ $7 - 2i$ ④ $7 - i$ ⑤ $7 + i$

해설

$$\begin{aligned} &\alpha = 1 + i, \beta = 2 - i \text{에서 } \bar{\alpha} = 1 - i, \bar{\beta} = 2 + i \text{이므로} \\ &\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta} \\ &= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i) \\ &= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i) \\ &= 7 - i \end{aligned}$$

8. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - i\bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$

② $2+i$

③ $2+2i$

④ $1-i$

⑤ $2-i$

해설

$z = a + bi$ 라 하면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi-2ai+2b-ai-b$$

$$= (a+b) + (-3a+b)i = 3-5i$$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=2, b=1$$

따라서 $z = 2+i$ 이다.

9. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = \overline{3 - 2i}$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -6$

해설

$$\alpha + \bar{\beta} = \overline{3 - 2i}$$

$$(a - 2i) + (5 - bi) = 3 + 2i$$

$$(a + 5) - (2 + b)i = 3 + 2i$$

$$\therefore a = -2, b = -4$$

$$\therefore a + b = -6$$

10. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i$ 에서

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

11. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ &\text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 \text{ (}\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0\text{)}\end{aligned}$$

12. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

13. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

14. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3)=7, x^2+2x-3-7=0,$$

$$x^2+2x-10=0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2+10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

15. 이차방정식 $(2 - \sqrt{3})x^2 - 2(\sqrt{3} - 1)x - 6 = 0$ 의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2 + \sqrt{3}$ 을 곱하면
 $x^2 - 2(\sqrt{3} + 1)x - (12 + 6\sqrt{3}) = 0$
근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면
$$x = (\sqrt{3} + 1) \pm \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2 + 12 + 6\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$$
$$= (\sqrt{3} + 1) \pm 2(\sqrt{3} + 1)$$
$$\therefore x = 3\sqrt{3} + 3 \text{ 또는 } x = -\sqrt{3} - 1$$
큰 근은 $3\sqrt{3} + 3$
그런데 $\sqrt{3} \approx 1.7 \dots$ 이므로
가장 가까운 정수는 8이다.

16. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$
(i), (ii) 에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

17. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

18. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

19. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

20. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ & \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ & (\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ & = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ & = (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ & = 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$