1. $2^{16}-1$은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$을 인수분해하면

$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$

$=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$

$=257\cdot 17\cdot 5\cdot 3$

따라서 $2^{16}-1$을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수

즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

2. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$을 전개한 식에서 x^3의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$

3. 다음 중 $x^2+y^2+2xy-2x-2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x+y$ ② $-x-y$ ③ $x+y-2$

④ $x-y$ ⑤ $2x+2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2+2xy+y^2)-2(x+y)\\ &= (x+y)^2-2(x+y)\\ &= (x+y)(x+y-2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-2) &= -(-x-y)(x+y-2)\\ &= \frac{1}{2}(2x+2y)(x+y-2)\end{aligned}$$

4. $(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+2)$ 일 때, 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

x^2-x를 X로 치환하면

$(x^2-x+1)(x^2-x-3)-5$

$=(X+1)(X-3)-5$

$=X^2-2X-3-5$

$=X^2-2X-8$

$=(X-4)(X+2)$

$=(x^2-x-4)(x^2-x+2)$

따라서, $a=-1$, $b=-4$, $c=-1$이므로

$a+b+c=-1-4-1=-6$

5. $x^4 - 8x^2 - 9$를 x에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수　② 유리수　③ 무리수

④ 실수　⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 - 9)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + i)(x - i) \end{aligned}$$

$\therefore$ 복소수

6. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$　② $a + b - c$　③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$　⑤ $-a - b + c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 + 2bc &= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + b - c)(a - b + c) \end{aligned}$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$(단, 복부호 동순)

7. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

8. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$ ② $x + y + 1$ ③ $2x - y + 1$

④ $3x - y + 2$ ⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$

$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$

인수분해하면 $(x + y - 1)(3x - y + 2)$

9. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$ ④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b)\\ &= (c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}\\ &= (c-b)(a-b)(a-c)\\ &= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

10. $a-b=3,\ b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$a-b=3 \quad \cdots$㉠, $b-c=1 \quad \cdots$㉡

㉠+㉡에서 $a-c=4$

$\therefore\ ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$

$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$

$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$

$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$

$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$

$=(b-a)(b-c)(a-c)$

$=(a-b)(b-c)(c-a)$

$=3\times1\times(-4)=-12$