

1. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

2. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

3. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

4. 다항식 $ax^3 + bx^2 - 4$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어지도록 a, b 를 정할 때, a 와 b 의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)Q(x)$
 $ = (x - 1)(x + 2)Q(x)$
양변에 $x = 1, x = -2$ 를 각각 대입하면
 $a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 1, b = 3$
 $\therefore ab = 3$

해설

$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$
우변을 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$

5. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

6. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

7. 다음 이차함수의 최댓값 또는 최솟값이 옳게 짝지어진 것은?

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 \Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{2}{3}$
③ $y = -3x^2 + 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{2}{3}$
④ $y = 2x^2 + 12x \Rightarrow x = 3$ 일 때, 최댓값 -3
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $-\frac{5}{4}$

해설

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 1 = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최솟값 $-\frac{3}{2}$
② $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - 2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$
 $\Rightarrow x = -1$ 일 때, 최댓값 $-\frac{3}{2}$
④ $y = 2x^2 + 12x = 2(x+3)^2 - 18$
 $\Rightarrow x = -3$ 일 때, 최솟값 -18
⑤ $y = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{5}{4}$

8. 함수 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ 가 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 최댓값 5, 최솟값 -4 를 가질 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고 $a < 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = ax^2 - 2ax + b$$

$$= a(x-1)^2 - a + b \text{ 에서 } a < 0 \text{ 이고}$$

꼭짓점의 x 좌표 1이 $-2 \leq x \leq 2$ 에 속하므로

$x = 1$ 일 때 최댓값을 갖고,

$x = -2$ 일 때 최솟값을 갖는다.

$$\text{즉, } f(1) = -a + b = 5, f(-2) = 8a + b = -4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -1, b = 4$

$$\therefore a + b = 3$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ x^2 - 2x - 3 > 0 \end{cases}$ 의 값은?

① $x > -1$

② $-4 < x < -1$

③ $0 < x < 4$

④ $1 < x < 4$

⑤ $-4 < x < 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 4 < 0 &\Rightarrow (x - 1)(x + 4) < 0 \\ &\Rightarrow -4 < x < 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 > 0 &\Rightarrow (x + 1)(x - 3) > 0 \\ &\Rightarrow x < -1 \text{ 또는 } x > 3 \end{aligned}$$

∴ 공통부분을 구하면 $-4 < x < -1$

10. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

11. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{(2012+1)(2012^2-2012+1)}{(2012^2-2012+1)} \\ &= 2013 \text{ 이므로} \\ \therefore \frac{a+1}{a-1} &= \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006} \end{aligned}$$

12. 다음 두 다항식이 서로 소가 아닐 때, 상수 a 의 모든 값의 합은?

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6, \quad x^2 - 3x + a$

- ① -10
- ② -8
- ③ -5
- ④ 0
- ⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 을 조립제법으로 인수분해하면
 $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$
각각의 경우에 대해 나머지 정리를 이용한다
i) $x = 1 \Rightarrow 1 - 3 + a = 0, a = 2$
ii) $x = 2 \Rightarrow 4 + 6 + a = 0, a = -10$
iii) $x = 3 \Rightarrow 9 - 9 + a = 0, a = 0$
 $\therefore a$ 의합 : $2 + (-10) + 0 = -8$

13. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$, $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$x^3 + 2x^2 - x - 3 = x^2(x + 2) - (x + 2)$
 $= (x + 2)(x - 1)(x - 2)$
 $2x^3 + (a - 2)x^2 - 2x = x(2x^2 + (a - 2)x - 2) \cdots \textcircled{1}$
두 식의 최대 공약수가 이차식이므로
 $x = -2, -1, 1$ 을 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면
식의 값이 동시에 0이 되는 경우가 있어야 한다.
 $x = -2$ 일 때, $8 - 2a + 4 - 2 = 0$, $a = 5$
 $x = -1$ 일 때, $2 - a + 2 - 2 = 0$, $a = 2$
 $x = 1$ 일 때, $2 + a - 2 - 2 = 0$, $a = 2$
 $x = -1, 1$ 일때, 일치함
최대 공약수는 $(x + 1)(x - 1)$
 $\therefore a = 2$

14. 다음 식은 평면 위에 있는 어떤 그래프의 방정식이다. 이 그래프가 x 축에 접하도록 실수 a, b 의 값에 대해 $a + b$ 의 값을 구하면?

$$y + (x + y)x + (a - 1)x - b^2 = 0$$

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

접점의 x 좌표는 $y = 0$ 일 때, 얻어지는 방정식 $x^2 + (a - 1)x - b^2 = 0$ 의 중근이다.
 $\therefore D = (a - 1)^2 + 4b^2 = 0$
 a, b 는 실수이므로 $a = 1, b = 0$
 $\therefore a + b = 1$

15. $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^{50} + \omega^{51} + \omega^{52}$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근이 ω 일때
 $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ 에서
 $\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이 성립한다.
주어진 문제식을 ω^{50} 으로 묶으면
 $\omega^{50}(\omega^2 + \omega + 1)$ 이고
 $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ 이므로 답은 0이다.

16. 어떤 공장에서 A , B 의 두 제품을 생산하고 있다. A 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고, B 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의 B 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40 개

해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로 a , b 라고 하면,
올해는 각각 $1.2a$, $1.25b$ 이다.
 $a + b = 70$, $1.2a + 1.25b = 86$
연립하여 풀면, $a = 30$, $b = 40$

17. $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 를 구하여 x^2-y^2 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = x - 2$ 를

②식에 대입하면

$$x^2 + (x-2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x-4)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \text{ 또는 } x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

18. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

① $x = 2\sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$

② $x = -2\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

③ $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

④ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x + 2y) = 0$$

i) $x = y$ $x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$$y = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

ii) $x = -2y$

$$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$$

$$y^2 = 5 \quad y = \pm \sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$$

$\therefore$ 해: $\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2}\right), \left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$

$(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}), (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$

19. 모든 실수 x 에 대해 이차부등식 $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수 k 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수 $k = 0$

20. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 10x - 24 \geq 0$, $(x + 1)(x - a^2 + a) \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 존재하지 않도록 상수 a 의 값의 범위는?
- ① $-3 < a < 12$ ② $-3 < a < 8$ ③ $-3 < a < 4$
④ $-2 < a < 12$ ⑤ $-2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 10x - 24 \geq 0 \cdots (가) \\ (x + 1)(x - a^2 + a) \leq 0 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서

$$\begin{cases} (x - 12)(x + 2) \geq 0 \\ \therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 12 \end{cases}$$

(가)와 (나)의 공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서

$$\frac{-2 < a^2 - a < 12}{\text{(다)} \quad \quad \quad \text{(라)}}$$

(다)에서

$$a^2 - a + 2 > 0, \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

$\therefore$ 모든 실수

(라)에서

$$a^2 - a - 12 < 0, (a + 3)(a - 4) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 4$$

따라서 (다)와 (라)의 공통 범위를 구하면

$$-3 < a < 4$$

21. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

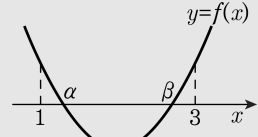
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a + 4)(a - 4) > 0$
 $\therefore a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4, \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

22. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a + b)^n + (a - b)^n\}^2 - \{(a + b)^n - (a - b)^n\}^2$ 의 값은?

- ① 2^n ② 2^{n+1} ③ 2^{n+2} ④ 2^{n+3} ⑤ 2^{n+4}

해설

$$\begin{aligned} (a + b)^n &= A, \quad (a - b)^n = B \\ (\text{준식}) &= (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2) \\ &= 4AB \\ &= 4 \{(a + b)(a - b)\}^n \\ &= 4 \times 2^n \\ &= 2^{n+2} \end{aligned}$$

23. 복소수 z 에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$ 은 양의 정수인 z 의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 6개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 9개
- ⑤ 10개

해설

$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$

$m = 1, n = 2, z = i - 1$

$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$

$m = 1, n = 4, z = i + 1$

$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$

	1	2	3	4
1	$2i$	$i - 1$	0	$i + 1$
2	$-1 + i$	-2	$-1 - i$	0
3	0	$-i - 1$	$-2i$	$-i + 1$
4	$1 + i$	0	$1 - i$	2

$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$

∴ 9개

24. 복소수 $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^3 - 2z^2 + 2z + 5$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{2}{1+i} = 1-i \\ z^2 &= -2i, \quad z^3 = -2-2i \\ \therefore z^3 - 2z^2 + 2z + 5 \\ &= (-2i-2) - 2(-2i) + 2(1-i) + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} z = 1-i &\Rightarrow z-1 = -i \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 1 = -1 \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 2 = 0 \\ z^3 - 2z^2 + 2z + 5 &= z(z^2 - 2z + 2) + 5 = 5 \end{aligned}$$

25. 방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -4 ③ -8 ④ -14 ⑤ -17

해설

방정식 $x^2+3x+1=0$ 의 근이 α, β 이므로

$$\alpha^2+3\alpha+1=0, \beta^2+3\beta+1=0$$

$$\alpha^2+1=-3\alpha, \beta^2+1=-3\beta$$

$$\therefore (\alpha^2+5\alpha+1)(\beta^2-4\beta+1)$$

$$=(-3\alpha+5\alpha)(-3\beta-4\beta)$$

$$=-14\alpha\beta$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha\beta=1$ 이므로

$$(\text{주어진 식})=-14$$

26. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + 4xy + y^2 = 10 \end{cases}$ 의 한 쌍의 근을 (α, β) 라 할 때,

α^2, β^2 을 두 근으로 갖는 이차 방정식으로 옳은 것은?

① $x^2 - 5x + 3 = 0$

② $x^2 + 5x - 3 = 0$

③ $x^2 - 5x + 1 = 0$

④ $x^2 + 6x - 1 = 0$

⑤ $x^2 - 6x + 1 = 0$

해설

$$\begin{cases} \alpha - \beta = 2 & \dots \textcircled{1} \\ \alpha^2 + 4\alpha\beta + \beta^2 = 10 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이므로}$$

$\textcircled{1}$ 의 양변을 제곱하면

$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 4 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2} - \textcircled{3}$ 에서

$$\alpha\beta = 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $\alpha^2 + \beta^2 = 6, \alpha^2\beta^2 = 1$

$\therefore \alpha^2, \beta^2$ 을 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

27. 연속하는 세 정수의 합이 30 보다 크고 36 보다 작을 때, 세 정수 중 가운데 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

연속한 세 정수 $x-1$, x , $x+1$
 $30 < (x-1) + x + (x+1) < 36$
 $30 < 3x < 36$
 $10 < x < 12$
 $\therefore x = 11$

28. 복소수 z 가 $z^2 = \bar{z}$ 일 때, z 이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = a + bi$ (단, a, b 는 실수)라 하면

$$z^2 = \bar{z} \text{에서 } (a + bi)^2 = a - bi$$

$$\therefore a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$$

$$a^2 - b^2 = a, 2ab = -b$$

$$\therefore b = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{1}{2}$$

$$\text{i) } b = 0 \text{ 일 때 : } a^2 = a \therefore a = 0 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\text{ii) } a = -\frac{1}{2} \text{ 일 때 : } \frac{1}{4} - b^2 = -\frac{1}{2} \therefore b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore z = 0, 1, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

따라서 모든 z 의 합은 0 이다.

29. 계수가 실수인 삼차방정식 $x^3 + cx^2 + dx + 1 = 0$ 이 한 실근과 두 허근 α, α^2 을 가질 때, $c + d$ 의 값을 구하면?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수, $b \neq 0$)라 놓으면 $\alpha^2 = a^2 - b^2 + 2abi = a - bi$ ($\therefore$ 계수가 실수이므로 $\alpha^2 = \bar{\alpha}$)

$\therefore a^2 - b^2 = a, 2ab = -b$ 에서 $a = -\frac{1}{2}, b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ 두 허근 $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 를 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + x + 1 = 0$

x^3 의 계수, 상수항을 비교하면 한 실근은 -1

$x^3 + cx^2 + dx + 1 = (x^2 + x + 1)(x + 1) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$

$\therefore c = 2, d = 2$

$\therefore c + d = 4$

30. 야구경기에서 야구선수의 타율을 (안타수÷ 타석수)로 정한다고 하자. 두 타자 A 와 B 는 오늘 현재 각각 30 타석과 25 타석을 기록중이고 A 선수가 친 안타수는 B 선수가 친 안타수보다 2 개 많고 현재 A 는 B 보다 타율이 높다. 만약 다음 경기에서 A 가 세 타석 연속 안타를 치지 못하고 B 선수는 경기가 없다면 A 와 B 의 타율 순위가 바뀐다고 할 때, A 선수가 현재 기록 중인 안타의 수는 최소 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 9 개

▷ 정답 : 9 개

해설

오늘 현재 A 선수가 기록중인 안타의 수를 x 개라 하면 B 선수의 안타수는 $(x-2)$ 개 이다.

A 선수의 현재 타율은 $\frac{x}{30}$, B 선수의 현재 타율은 $\frac{x-2}{25}$ 이므로

$$\frac{x}{30} > \frac{x-2}{25} \quad \therefore x < 12 \cdots \textcircled{1}$$

다음경기에서 A 가 세 타석 연속 안타를 치지 못하고 B 선수는 경기가 없다면 B 의 타율은 변함이 없으므로

$$\frac{x}{33} < \frac{x-2}{25} \quad \therefore x > 8.25 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 의 공통 범위를 구하면

$$8.25 < x < 12$$

따라서 A 선수가 기록 중인 안타는 최소 9개이다.