

1. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

2. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$\therefore A = 10$

3. 다음 이차방정식 중에서 서로 다른 두 개의 근을 갖는 것은?

① $x^2 - 2x + 1 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 + x + 2 = 0$

④ $x^2 - 4x + 5 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 1 = 0$

해설

① $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$: 중근

② $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 0$: 중근

③ $D = 1^2 - 4 \times 1 \times 2 < 0$: 근이 없다.

④ $D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$: 근이 없다.

⑤ $D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 5 > 0$: 서로 다른 두 근

4. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

5. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

6. 다음 중 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 해를 갖기 위한 a 의 값으로 적당하지 않은 것은?

- ① -3 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$D = (-6)^2 - 4(2a + 4) \geq 0$$

$$9 - 2a - 4 \geq 0, 2a \leq 5$$

$$\therefore a \leq \frac{5}{2}$$

7. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2 + 1 = 0$

② $y = -x^2 + 5x + 2$

③ $y = (x-1)(x+3) - x^2$

④ $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

⑤ $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

① $3x^2 + 1 = 0$ 은 이차방정식이다.

③ $y = (x-1)(x+3) - x^2 = 2x - 3$ 이므로 일차함수이다.

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ 에서 } f(2) = 1, f(-1) = -2$$

$$\therefore f(2) + f(-1) = -1$$

9. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

10. $(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq b$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: -3

해설

$$(a-b)^2 - (a-b) - 12 = 0$$

$a-b = X$ 로 치환하면

$$X^2 - X - 12 = 0, (X-4)(X+3) = 0$$

$$\therefore X = 4 \text{ 또는 } X = -3$$

$$\therefore a-b = 4 \text{ 또는 } -3$$

11. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

12. 이차방정식 $x^2 + 3k + 4 = 8x$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 4$

해설

$x^2 + 3k + 4 = 8x$ 가 중근을 가지므로

$$3k + 4 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2, 3k + 4 = 16$$

$$\therefore k = 4$$

13. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k < 0$

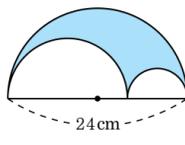
④ $k < \frac{1}{2}$

⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, k < \frac{3}{4}$$

14. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 색칠한 부분의 넓이가 $32\pi \text{ cm}^2$ 일 때, 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 구 하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

해설

가장 작은 반원의 반지름의 길이를 $x \text{ cm}$ 라 하면 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이는 $(12 - x) \text{ cm}$ 이므로

$$\frac{1}{2}\pi \times 12^2 - \frac{1}{2}\pi \times x^2 - \frac{1}{2}\pi \times (12 - x)^2 = 32\pi$$

$$2x^2 - 24x + 64 = 0$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$(x - 4)(x - 8) = 0$$

따라서 $x = 4$ ($\because 0 < x < 6$) 이다.

15. 어떤 정사각형의 가로 길이 4cm, 세로 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 8cm^2 만큼 좁아졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x+4(\text{cm})$, $x+2(\text{cm})$ 이다.

가로의 길이 : $x+4$

세로의 길이 : $x+2$

$(x+4)(x+2) = 2x^2 - 8$ 이므로

$x^2 - 6x - 16 = 0$

$(x-8)(x+2) = 0$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8cm 이다.

16. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㉡ 가로와 세로의 길이가 각각 $2x$, $x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㉢ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㉣ 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7인 원기둥의 부피 y

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{㉠ } y = 6x^2$$

$$\text{㉡ } y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6 : \text{일차함수}$$

$$\text{㉢ } y = \pi x^2$$

$$\text{㉣ } y = 7\pi x^2$$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㉡이다.

17. 이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 해가 정수일 때, 자연수 a 의 값 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 - 8x + a = 0$ 의 해 $x = 4 \pm \sqrt{16 - a}$ 가 정수이기 위해서는 근호 안의 수가 제곱수이어야 한다.

a 는 자연수이므로 $0 \leq 16 - a < 16$

$16 - a = 0, 1, 4, 9$

$\therefore a = 7, 12, 15, 16$

따라서 가장 큰 수는 $a = 16$ 이다.

18. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

- ① 1, -7 ② -7, 2 ③ -4, 9 ④ 3, -5 ⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

19. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

증근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.

20. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k + 2 = 0$ 의 해가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x^2 - 6x + k + 2 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -k - 2$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = -k - 2 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = -k + 1$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 1 = 0$, $k = 1$ 이다.