

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, -2$ 일 때, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$(x+3)(x+2) = 0$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0, a = 5, b = 6$$

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$(3x+1)(2x+1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

4. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

5. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2x - 5 + m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 그때의 해를 구하면?

① $m = 6, x = -1$

② $m = 6, x = 1$

③ $m = 4, x = -1$

④ $m = 4, x = 1$

⑤ $m = -4, x = -1$

해설

$$x^2 + 2x - 5 + m = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (-5 + m) = 0$$

$$1 + 5 - m = 0$$

$$\therefore m = 6$$

$m = 6$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$

$\therefore x = -1$ 일 때 중근을 갖는다.

6. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

8. $3x^2 - ax + 3 = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다. 이때, a 의 값과 나머지 한 근은?

① $a = 10, x = 2 + \sqrt{3}$

② $a = 10, x = 2 - \sqrt{3}$

③ $a = 12, x = 2 + \sqrt{3}$

④ $a = 12, x = 2 - \sqrt{3}$

⑤ $a = 14, x = 2 - \sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} 3(2 + \sqrt{3})^2 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\ 12 + 12\sqrt{3} + 9 - a(2 + \sqrt{3}) + 3 &= 0 \\ a(2 + \sqrt{3}) &= 24 + 12\sqrt{3} \\ \therefore a &= \frac{24 + 12\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 12 \\ 3x^2 - 12x + 3 &= 0 \\ x^2 - 4x + 1 &= 0 \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \\ (x - 2)^2 &= 3 \\ x &= 2 \pm \sqrt{3} \\ \therefore x &= 2 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2 = -a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2 \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$

10. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

11. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{5}{9} = 0$ 의 근이 $\alpha = \frac{m \pm \sqrt{n}}{6}$ 일 때, $m + n$ 의 값은?

① 13

② 21

③ 30

④ 35

⑤ 41

해설

양변에 9 를 곱하면 $3x^2 - 9x + 5 = 0$ 이다.

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 60}}{6} = \frac{9 \pm \sqrt{21}}{6}$$

$$\therefore m = 9, n = 21$$

$$\therefore m + n = 9 + 21 = 30$$

12. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$(x-3)^2 - 4(x-3) = 5$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$x-3=t \text{로 치환하면 } t^2-4t-5=0$$

$$(t+1)(t-5)=0$$

$$t=5 \text{ 또는 } t=-1$$

$$\therefore x=8 \text{ 또는 } x=2$$

$$\therefore \alpha - \beta = 8 - 2 = 6$$

13. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, \quad k = 7$$

14. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이를 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

15. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 7 초

해설

$-5t^2 + 15t + 50 = 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$
 $\rightarrow (t - 5)(t + 2) = 0 \rightarrow t = -2, 5$ 이므로
따라서 $t = 5(t > 0)$ 이다.