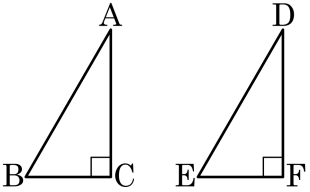
1. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BC}=\overline{EF},\ \overline{AC}=\overline{DF}$

② $\overline{AB}=\overline{DE},\ \overline{AC}=\overline{DF}$

③ $\overline{AB}=\overline{DE},\ \angle A=\angle D$

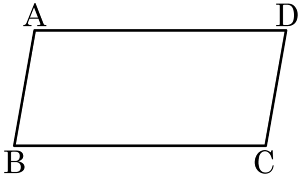
④ $\angle B=\angle E,\ \angle A=\angle D$

⑤ $\angle B=\angle E,\ \overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

2. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 3x - 2y$, $\overline{CD} = -2x + 7y$, $\overline{DA} = 15$ 일 때, 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 7$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로

$$\begin{cases} -2x + 7y = 7 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 15 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

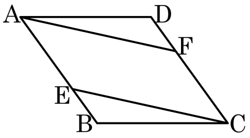
㉠ $\times 3 +$ ㉡ $\times 2$ 를 하면

$17y = 51, y = 3$

$y = 3$ 을 ㉠ 에 대입하면

$-2x + 21 = 7, 2x = 14, x = 7$

3. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



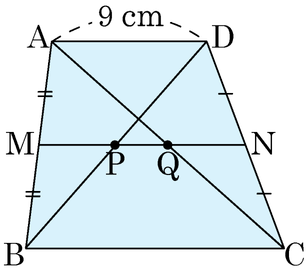
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

4. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{MN} \,/\!/\, \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{MP} = \dfrac{1}{2}\overline{AD} = \dfrac{9}{2}\,(\text{cm})$

$\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 이므로

$\overline{PQ} = \dfrac{2}{3}\overline{MP} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{9}{2} = 3\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 2\overline{MQ} = 2\left(\overline{MP} + \overline{PQ}\right) \\ &= 2 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 15\,(\text{cm})\end{aligned}$$

5. 타율이 2할인 야구 선수가 있다. 이 선수가 두 타석에서 한 번의 안타를 칠 확률은?

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{8}{25}$ ④ $\frac{11}{50}$ ⑤ $\frac{22}{75}$

해설

두 번의 타석 중에서 한 번만 안타를 칠 경우는
(안타○, 안타×), (안타×, 안타○) 의 2가지이다.
따라서 구하는 확률은

$$\left(\frac{8}{10} \times \frac{2}{10}\right) \times 2 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$$

6. $\sqrt{5}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{500}$ 을 a 를 사용하여 나타내면?

① $10a+10$ ② $10a+20$ ③ $10a$

④ $10a-10$ ⑤ $10a-20$

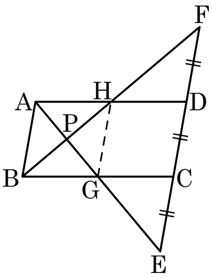
해설

$2<\sqrt{5}<3$ 이므로 정수 부분은 2, 소수 부분 $a=\sqrt{5}-2$

$\therefore \sqrt{5}=a+2$

$\sqrt{500}=10\sqrt{5}=10(a+2)=10a+20$

7. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 일 때, □ABGH 는 어떤 사각형인가? 또, $2\angle FPE$ 의 크기는?



① 정사각형, $90°$

② 정사각형, $180°$

③ 직사각형, $180°$

④ 마름모, $90°$

⑤ 마름모, $180°$

해설

그림에서 $\overline{FD} : \overline{FC} = \overline{HD} : \overline{BD} = 1 : 2$

$(\because HD \mathbin{/\!/} BC)$

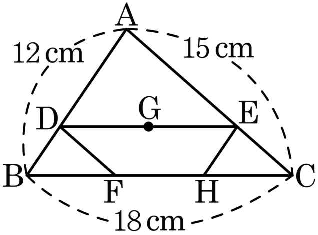
그런데 $\overline{BC} = \overline{AD} = 2\overline{AB}$ $\therefore \overline{HD} = \overline{AB} = \overline{AH}$

$\overline{AB} = \overline{AH} = \overline{BG} = \overline{GH}$ 이므로 마름모이다.

□ABGH 는 마름모에 성격에 따라 두 대각선이 서로 수직이등분을 하므로 $\angle FPE$ 는 직각이다.

따라서 $\angle FPE = 180°$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{DF} \,/\!/\, \overline{AC}$, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{EH}$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EH}$ 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로

$2 : 3 = \overline{DE} : 18,\ \overline{DE} = 12(\text{cm})$

$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{AC}$ 이므로

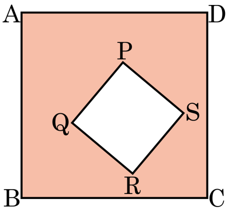
$1 : 3 = \overline{DF} : 15,\ \overline{DF} = 5(\text{cm})$

$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EH} : \overline{AB}$ 이므로

$1 : 3 = \overline{EH} : 12,\ \overline{EH} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EH} = 12 + 5 + 4 = 21(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 내부에 정사각형 PQRS 가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 5 : 3 이고, 색칠한 부분의 넓이가 96cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?



① 70cm^2 ② 90cm^2

③ 110cm^2 ④ 130cm^2

⑤ 150cm^2

해설

닮음비가 5 : 3 이므로 넓이의 비는 25 : 9

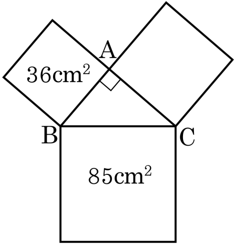
□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$25 : (25-9) = x : 96$

$16x = 2400$

$\therefore \ x = 150(\text{cm}^2)$

10. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



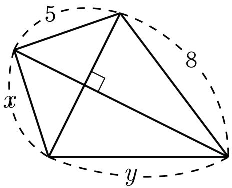
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$
$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $85\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는
$85 - 36 = 49\ (\mathrm{cm}^2)$ 이므로 $\overline{AC} = 7\,\mathrm{cm}$ 이다.

11. 다음 사각형의 두 대각선이 서로 직교할 때, $x^2 - y^2$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -39

해설

대각선이 직교하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 제곱의 합이 서로 같으므로 $x^2 + 64 = y^2 + 25$

따라서 $x^2 - y^2 = -39$이다.

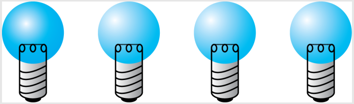
12. 500원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 3개가 있다. 두 가지 동전을 각각 한 개 이상 사용하여 지불할 수 있는 금액의 모든 경우의 수는?

① 2가지　　② 3가지　　③ 4가지

④ 5가지　　⑤ 6가지

해설

500원짜리 동전과 1000원짜리 동전을 1개 이상씩 사용하여
지불할 수 있는 방법을 표로
나타내면



이므로 구하는 경우의 수는 6가지이다.

13. 두 개의 상자 A, B 가 있다. 상자 A에는 파란 구슬 3개, 빨강 구슬 5개가 들어 있고, 상자 B에는 파란 구슬 4개, 빨강 구슬 4개가 들어 있다. 상자 하나를 택하여 구슬 한 개를 꺼낼 때, 파란 구슬일 확률은?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{5}{16}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

상자 A 를 택하고 파란 구슬을 꺼낼 확률 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{16}$

상자 B 를 택하고 파란 구슬을 꺼낼 확률 $\frac{1}{2} \times \frac{4}{8} = \frac{1}{4}$

따라서 파란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$

14. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째 오는 수는?

① $\frac{2}{5}$ ② $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

제곱해서 크기를 비교하면

① $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

② $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

③ $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} = \frac{20}{25}$

④ $\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25}$

⑤ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

①, ②, ③, ④는 분모가 같으므로 분자의 크기를 비교하면 되고 ⑤는 ②보다 크고 ③보다 작다.

따라서 큰 수부터 나열하면 ③, ⑤, ②, ①, ④이다.

15. 다음 중 옳은 것을 고르면?

① 1 과 2 사이에 1 개의 유리수가 있다.

② $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 정수가 없다.

③ 0과 5 사이에는 정수가 6 개 있다.

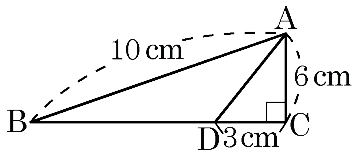
④ 0과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

⑤ (무리수) − (무리수) = (무리수) 가 된다.

해설

① × 1 과 2 사이에 무수히 많은 유리수가 있다.
② × $-\sqrt{5}$ 와 $-\sqrt{3}$ 사이에는 -2 가 있다.
③ × 0 과 5 사이에는 정수가 4개 있다.(1, 2, 3, 4로 4개 있다.)
④ ○ 0 과 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
⑤ × (무리수) − (무리수) 는 무리수가 될 수도 있고 유리수가 될 수도 있다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면

$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFD = \angle ACD = 90°$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\angle FAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$

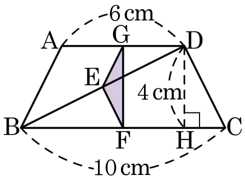
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$$

$$\therefore \overline{BD} = 5\ (\text{cm})$$

17. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. △GEF 의 넓이를 구하면?



① $1\,\text{cm}^2$ ② $2\,\text{cm}^2$ ③ $3\,\text{cm}^2$ ④ $4\,\text{cm}^2$ ⑤ $5\,\text{cm}^2$

해설

$$\square\text{ABFG} = (3+5)\times 4\times\frac{1}{2} = 16(\text{cm}^2)$$

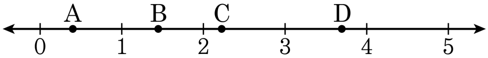
$$\square\text{ABEG} = \frac{3}{4}\triangle\text{ABD} = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\text{cm}^2)$$

$$\triangle\text{BEF} = \frac{1}{4}\triangle\text{BDC} = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \triangle\text{GEF} = \square\text{ABFG} - (\square\text{ABEG} + \triangle\text{BEF})$$

$$= 16 - (9+5) = 2(\text{cm}^2)$$

18. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a, b, c, d라고 할 때, $a+b$와 $c+d$의 값을 각각 바르게 구한 것은?



① $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

③ $\sqrt{2}-\sqrt{3}+3$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

④ $2\sqrt{2}-1$, 6

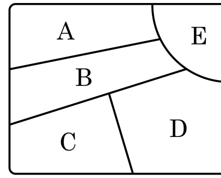
⑤ 6, $2\sqrt{2}-1$

해설

$1<\sqrt{2}<2$: $\mathrm{B}=\sqrt{2}$
$0<\sqrt{2}-1<1$: $\mathrm{A}=\sqrt{2}-1$
$a+b=\left(\sqrt{2}-1\right)+\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$

$3<\sqrt{3}+2<4$: $\mathrm{D}=\sqrt{3}+2$
$2<4-\sqrt{3}<3$: $\mathrm{C}=4-\sqrt{3}$
$c+d=(4-\sqrt{3})+(\sqrt{3}+2)=6$

19. 다음 그림과 같은 A, B, C, D, E의 각 부분에 빨강, 파랑, 노랑, 초록, 보라의 5 가지 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 두 번 이상 사용할 수는 있으나 이웃한 면은 반드시 다른 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 540 가지

해설

같은 색으로 칠할 수 있는 쌍은 $A-C$, $A-D$, $C-E$ 세 가지이다. 저 쌍들을 하나의 칸으로 생각하여 4 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있고, $A-D$, $C-E$ 를 각각 한 칸으로 생각하여 3 가지 색을 칠한다고 볼 수도 있다.
5 가지 색을 모두 사용하는 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$(가지)
4 가지 색을 사용하는 경우 :
$(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 3 = 360$(가지)
3가지 색을 사용하는 경우 :
$5 \times 4 \times 3 = 60$(가지)
따라서 $120 + 360 + 60 = 540$(가지)

해설

(1) A 와 D 가 같은 색인 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180$(가지)
B 와 D 가 다른 색인 경우 :
$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 3 = 360$(가지)
$\therefore 180 + 360 = 540$
(2) C, D, A, B, E 순으로 색칠을 한다고 하면
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$(가지)

20. 1부터 1000까지의 자연수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0 을 적어도 1개는 포함하는 수를 고를 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{181}{1000}$

해설

1부터 1000까지의 자연수의 개수는 1000 개이고
(1) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 한 자리 자연수 : 9개
(2) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 두 자리 자연수 : $9 \times 9 = 81$ 개
(3) 숫자 0 을 한 개도 포함하지 않는 세 자리 자연수 : $9 \times 9 \times 9 = 729$ 개
숫자 0 을 적어도 한 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1), (2), (3)의 경우의 수를 뺀 것이므로
구하는 확률은 $1 - \frac{9 + 81 + 729}{1000} = \frac{181}{1000}$ 이다.