

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\{5\} \subset \{5, 9\}$ ② $2 \subset \{1, 3\}$ ③ $4 \in \{1, 3, 5\}$
④ $\emptyset \in \{3\}$ ⑤ $0 \in \emptyset$

해설

집합 $\{5\}$ 는 집합 $\{5, 9\}$ 의 부분집합이다.

2. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B - A$ 로 옳은 것은?

① $\{1, 6\}$

② $\{1, 2, 6\}$

③ $\{1, 3, 4, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\emptyset$

해설

$A \supset B$ 이므로 $B - A = \emptyset$ 이다.

3. 명제 ‘ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다’의 대우는?

- ① x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수이다.
- ② x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수가 아니다.
- ③ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ④ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ⑤ x 가 2의 배수가 아니면 x 는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$

4. 두 집합 $X = \{-2, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $x \rightarrow x + 1$

② $x \rightarrow x^2$

③ $x \rightarrow x - 1$

④ $x \rightarrow x + 2$

⑤ $x \rightarrow 2x + 1$

해설

각각의 치역을 구하면

① $\{-1, 1, 2\}$

② $\{0, 1, 4\}$

③ $\{-3, -1, 0\}$

④ $\{0, 2, 3\}$

⑤ $\{-3, 1, 3\}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 함수는 ④이다.

5. 다음 함수 $y = 2x - 5$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = 2x - 5$

② $y = 2x - 5(x \geq 1)$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq 1)$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq -3)$

해설

$$y = 2x - 5(x \geq 1, y \geq -3) \rightarrow x = 2y - 5$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

여기서 $x \rightarrow y, y \rightarrow x$ 이므로 $x \geq -3$ 이 된다.

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} (x \geq -3)$$

6. $\frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ $\sqrt{2} - 1$

④ $\sqrt{2} + 1$

⑤ 2

해설

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -1$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - (-1)} = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \sqrt{2} - 1$$

7. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

8. 길호, 동진, 경문이가 가위, 바위, 보를 할 때, 일어날 수 있는 경우의 수는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

각각 낼 수 있는 가지 수는 가위, 바위, 보 세 가지씩이므로
일어날 수 있는 경우의 수는
 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)이다.

9. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

① 16

② 24

③ 28

④ 36

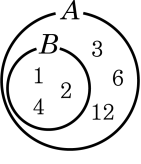
⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$\therefore {}_8C_2 = 28$

10. 다음 벤다이어그램을 보고, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(답2개)



- ① $A = \{3, 6, 12\}$ ② $B = \{1, 2, 4\}$ ③ $A \subset B$
④ $A \cap B = A$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

- ① 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.
③ 집합 A 는 집합 B 부분을 포함하므로 $B \subset A$ 이다.
④ $A \cap B = B$ 이다.

11. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

12. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

13. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

14. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D.는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

15. 자연수의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 로 나타낼 때, $(N_{18} \cup N_{12}) \subset N_k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} N_{18} \cup N_{12} &= \{18, 36, 54, 72, \dots\} \\ &\cup \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\} \\ &= \{12, 18, 24, 36, 48, 54, 60, \dots\} \subset N_k \\ \therefore k \text{의 최댓값은 } 6 \end{aligned}$$

16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 로 정의할 때, $n((A \odot B) \odot (A \odot C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 14, 15\}$
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$
 $\quad = (A - B) \cup (B - A)$ 이므로
 $A \odot B = \{8, 10, 14\} \cup \{1, 3\}$
 $A \odot C = \{2, 4, 8, 10, 14\} \cup \{3, 9, 15\}$
 $\therefore (A \odot B) \odot (A \odot C)$
 $= \{1, 3, 8, 10, 14\} \odot \{2, 3, 4, 8, 9, 10, 14, 15\}$
 $= \{1\} \cup \{2, 4, 9, 15\}$
 $\therefore n((A \odot B) \odot (A \odot C)) = 5$

17. 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 \geq -ab$ 임을 증명한 것이다. $[가]$, $[나]$ 에 들어갈 알맞은 부등호로 짝지어진 것은?

$$\begin{aligned} A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\ A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\ &= a^2 + b^2 + ab \\ &= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\ &= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$ 이다. 즉, $a^2 + b^2 \geq -ab$ (단 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

- ① $>, \geq$
- ② $\geq, \geq$
- ③ $>, >$
- ④ $<, \geq$
- ⑤ $\leq, \leq$

해설

$$\begin{aligned} A &= a^2 + b^2, \quad B = -ab \\ A - B &= a^2 + b^2 - (-ab) \\ &= a^2 + b^2 + ab \\ &= a^2 + ab + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + b^2 \\ &= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

(a, b 가 실수이므로)
 $\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 \geq 0, \frac{3}{4}b^2 \geq 0$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$ 이다.
즉, $a^2 + b^2 \geq -ab$ (단 등호는 $a = b = c$ 일 때 성립)

18. 다음 보기의 함수 중 일대일 대응인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(x) = 1 - x^2$

㉡ $g(x) = 3x - 2$

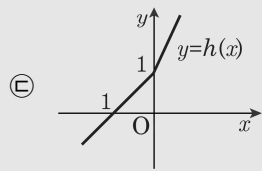
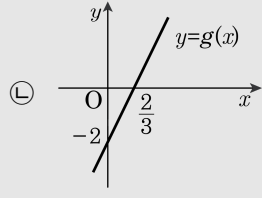
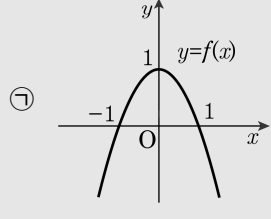
㉢ $h(x) = |x| + 2x + 1$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉢에서 $x \geq 0$ 일 때 $h(x) = 3x + 1$ 이고, $x < 0$ 일 때 $h(x) = x + 1$ 이므로

㉠, ㉡, ㉢의 세 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.



따라서 보기 중 일대일 대응인 것은 ㉡, ㉢이다.

19. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$
ii) $x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$
 $\therefore y = (f \circ f)(x) = 2$

20. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f \circ g = g \circ f$ 에서 $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$
즉 $2kx + k^2 - k = 0$
모든 x 에 대하여 성립하므로 $k = 0$

21. 두 함수 $f(x) = 4x - 3$, $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여 $h \circ g = f$ 를 만족하는 함수 $h(x)$ 를 구하면?

- ① $h(x) = x + 4$ ② $h(x) = 2x - 5$ ③ $h(x) = 3x + 2$
④ $h(x) = 3x + 5$ ⑤ $h(x) = 5x + 3$

해설

$h(x) = ax + b$ 라고 놓으면
 $h \circ g = f$ 에서 $a(2x + 1) + b = 4x - 3$
 $\therefore 2a = 4, a + b = -3$
이것을 풀면 $a = 2, b = -5$
따라서 $h(x) = 2x - 5$

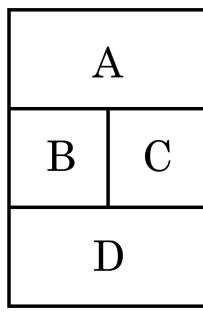
22. $t = 0$ 에서 $t = 1$ 까지 인구는 $i\%$ 증가하였고, $t = 1$ 에서 $t = 2$ 까지 인구는 $j\%$ 증가하였다면, $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 인구 증가는?

- ① $(i + j)\%$
- ② $ij\%$
- ③ $(i + ij)\%$
- ④ $\left(i + j + \frac{ij}{100}\right)\%$
- ⑤ $\left(i + j + \frac{i + j}{100}\right)\%$

해설

$t = 0$ 에서의 인구는 P
 $t = 2$ 까지 인구 증가율을 $k\%$ 라 하자.
 $P\left(1 + \frac{k}{100}\right)$
 $= P\left(1 + \frac{i}{100}\right)\left(1 + \frac{j}{100}\right),$
 $1 + \frac{k}{100} = 1 + \frac{i + j}{100} + \frac{ij}{10000}$
 $\therefore k = i + j + \frac{ij}{100}$

- 23.** 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답: 가지

▶ 정답 : 6가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지이다.

마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

24. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

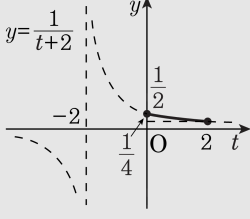
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



25. 양수 x, y, z 에 대하여 $x + 2y + 3z = 6$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z}$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 6 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} \right) \\ &= (x + 2y + 3z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} \right) \\ &= 3 + \left(\frac{2y}{x} + \frac{x}{2y} \right) + \left(\frac{3z}{2y} + \frac{2y}{3z} \right) + \left(\frac{x}{3z} + \frac{3z}{x} \right) \\ &\geq 3 + 2 \sqrt{\frac{2y}{x} \cdot \frac{x}{2y}} + 2 \sqrt{\frac{3z}{2y} \cdot \frac{2y}{3z}} + 2 \sqrt{\frac{x}{3z} \cdot \frac{3z}{x}} \\ &= 9 \text{ (단, 등호는 } x = 2y = 3z = 2 \text{ 일 때 성립)} \\ &\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{3z} \text{의 최솟값은 } \frac{3}{2} \end{aligned}$$