

1. 다음 중 명제가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① 무궁화 꽃은 아름답다.
- ② 한국의 수도는 서울이다.
- ③ $1 + 2 < 5$
- ④ $x + 1 = 4$
- ⑤ 대학에 가고 싶다.

해설

①, ⑤ 감탄문, 희망사항, 명령, 주관적인 견해 등은 참, 거짓을 판단할 수 없으므로 명제가 아니다. ②, ③ 참인 명제이다. ④ $x = 3$ 인 경우는 참이지만 $x \neq 3$ 인 경우는 거짓이다. 따라서 x 의 값에 따라 참, 거짓이 달라지므로 명제가 아니다.

2. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

해설

$$\begin{aligned}\text{i) } A - B &= (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2) \\ &= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0 \\ \therefore A &> B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ii) } B - C &= (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1) \\ &= 1 - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore B &< C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{iii) } C - A &= (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\ \therefore C &> A\end{aligned}$$

따라서 $B < A < C$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right) &= ab + 9 + 1 + \frac{9}{ab} \\ &= 10 + ab + \frac{9}{ab} \\ &\geq 10 + 2\sqrt{ab \times \frac{9}{ab}} \\ &= 10 + 6 = 16\end{aligned}$$

따라서 최솟값은 16

4. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다. 다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다. 즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

5. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

6. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

7. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.
 $x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$
 $\therefore a=1$

8. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, $p \Rightarrow q$ 로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r 에 대하여 다음 추론 중에서 옳은 것은?

- ① $p \Rightarrow \sim q, r \Rightarrow q$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.
② $p \Rightarrow q, r \Rightarrow \sim q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.
③ $p \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.
④ $q \Rightarrow p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.
⑤ $q \Rightarrow \sim p, \sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

해설

- ① $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
② $p \Rightarrow q, q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
③ $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
④ $\sim p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim p \Rightarrow r$
⑤ $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

9. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때 빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

해설

밑변의 길이를 x , 높이를 y 라 하면
 $xy = 8 \cdots \textcircled{1}$
피타고라스의 정리에 의하여 빗변의 길이는 $\sqrt{x^2 + y^2}$ 이다.
 $x > 0, y > 0$ 이므로
산술평균과 기하평균에 의하여
 $x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 \cdot y^2} = 2xy = 16$
 $\sqrt{x^2 + y^2} \geq \sqrt{16} = 4$
단, 등호는 $x^2 = y^2$ 즉 $x = y$ 일 때 성립한다.
 $x = y$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2 = 8$
따라서 $x = 2\sqrt{2}$ 이다.
 $4 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

10. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건인 것은?

- ① $p : a + b > 0, ab > 0, q : a > 0, b > 1$
- ② $p : \frac{a}{b} > 1, q : a > b > 1 (a, b \text{ 는 실수})$
- ③ $p : a + b > 2, q : a \geq 1 \text{ 또는 } b \geq 1 (a, b \text{ 는 실수})$
- ④ $p : ab = 0, |a| + |b| = 0$
- ⑤ $p : a + b \geq 2, ab \geq 1, Q : a \geq 1, b \geq 1$

해설

① 반례 : $a = 2 + i, b = 2 - i$ 이면

$$a + b = 4 > 0, ab = 5 > 0$$

$\therefore$ 필요조건

② 반례 : $a = -2, b = -1$ 이면

$$\frac{a}{b} = \frac{-2}{-1} = 2 > 1$$

$\therefore$ 필요조건