1. $x = 2 + \sqrt{3},\ y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\dfrac{x}{y} + \dfrac{y}{x}$ 의 값은?

① 14　　② 16　　③ 18　　④ 20　　⑤ 22

해설

$x = 2 + \sqrt{3},\ y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때,

$xy = 4 - 3 = 1,\ x + y = 4$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$(\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$

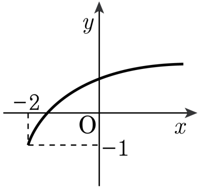
2. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}+1$
② $y = \sqrt{x}-1$
③ $y = \sqrt{x-1}+3$
④ $y = -\sqrt{-x+2}+2$
⑤ $y = \sqrt{-2x+1}-1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b}+c$에서 a의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

3. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



① $y = \sqrt{x-2}+1$

② $y = \sqrt{x-2}-1$

③ $y = \sqrt{x+2}+1$

④ $y = \sqrt{x+2}-1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2}-1$

해설

x축으로 -2만큼
y축으로 -1만큼 평행이동했으므로
x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$을 대입하면
$y = \sqrt{x+2}-1$

4. $-5 \le x \le 3$ 일 때, 함수 $y = 2\sqrt{4-x} - 7$ 의 최댓값을 m , 최솟값을 n 라 할 때, $m+n$ 의 값은?

① -8　　② -6　　③ -4　　④ -2　　⑤ 0

해설

$y = 2\sqrt{4-x} - 7 = 2\sqrt{-(x-4)} - 7$
주어진 함수의 그래프는 $y = 2\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -7 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
$x = -5$ 일 때, 최댓값 $m = 2\sqrt{4-(-5)} - 7 = -1$
$x = 3$ 일 때, 최솟값 $n = 2\sqrt{4-3} - 7 = -5$
$\therefore\ m+n = -1 + (-5) = -6$

5. 곡선 $y = \sqrt{4x-8}$과 직선 $y = x + k$가 한 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는?

① $k = -2$ 또는 $k > 1$

② $k = -1$ 또는 $k < -2$

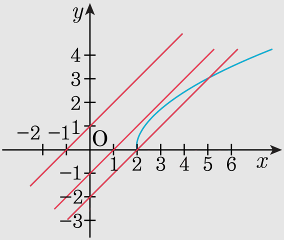
③ $k = 1$ 또는 $k > 2$

④ $k = 2$ 또는 $k < -1$

⑤ $k = -1$

해설

그래프에서 보듯이 한 점에서 만나는 경우는
접하는 경우이거나 $k < -2$인 경우이다.



접하는 경우는 $\sqrt{4x-8} = x + k$에서

$4x - 8 = x^2 + 2kx + k^2$

$x^2 + 2(k-2)x + k^2 + 8 = 0$

$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - (k^2+8) = -4k - 4 = 0$에서 $k = -1$

따라서 $k = -1$ 또는 $k < -2$

6. 함수 $y = -\sqrt{ax+9} - 1$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq -3 \}$이고, 치역이 $\{ y \mid y \leq b \}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$ax + 9 \geq 0$ 에서

$ax \geq -9 \quad \therefore \; x \geq -\dfrac{9}{a}$

$-\dfrac{9}{a} = -3$ 이므로 $a = 3$

주어진 함수의 치역은 $\{ y \mid y \leq -1 \}$ 이므로

$b = -1$

$\therefore \; a + b = 3 + (-1) = 2$

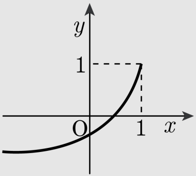
7. 다음중 함수 $y=-\sqrt{-2x+2}+1$의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면 ⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y=-\sqrt{-2(x-1)}+1$의 그래프는
$y = \sqrt{2x}$의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한
다음 x축의 방향으로 1 만큼,
y축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는
제 2 사분면을 지나지 않는다.



8. 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $a > 0, b < 0$ 이면 정의역은 $\{x \mid x \le 0\}$ 이다. ㉡ $b > 0$ 이면 치역은 $\{y \mid y \ge 0\}$ 이다. ㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 1 사분면을 지난다. ㉣ $y = -a\sqrt{-bx}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y \mid y \ge 0\}$ 이다.
㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4 사분면을 지난다.
㉣ $y = -a\sqrt{-bx}$ 의 그래프와 원점에 대하여 대칭이다.
따라서 옳은 것은 ㉠ 이다.

9. $y = \sqrt{x-1} + 2$의 역함수는?

① $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$

② $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$

③ $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$

④ $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$

⑤ $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 에서 $\sqrt{x-1} \geq 0$이므로 $y \geq 2$

또 양변을 제곱하면, $(y-2)^2 = x - 1$

$\therefore\ x = y^2 - 4y + 5\ (y \geq 2)$

x와 y를 바꾸면 $y = x^2 - 4x + 5\ (x \geq 2)$

10. $0 < a < 1$이고, $x = \dfrac{1+a^2}{a}$일 때, $\dfrac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}}$의 값을 구하면?

① a^2 ② a ③ $\dfrac{1}{a}$ ④ $a-1$ ⑤ $a+1$

해설

$$x+2 = \frac{1+a^2}{a} + 2 = \frac{1}{a}(a+1)^2$$

$$\therefore \sqrt{x+2} = \frac{|a+1|}{\sqrt{a}} = \frac{a+1}{\sqrt{a}}$$

$$x-2 = \frac{1+a^2}{a} - 2 = \frac{(a-1)^2}{a}$$

$$\therefore \sqrt{x-2} = \frac{|a-1|}{\sqrt{a}} = \frac{1-a}{\sqrt{a}}$$

$$\frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2}} = \frac{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}{\dfrac{a+1}{\sqrt{a}}-\dfrac{1-a}{\sqrt{a}}}$$

$$= \frac{(a+1)+(1-a)}{(a+1)-(1-a)} = \frac{1}{a}$$