1. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 ABCD의 나머지 꼭짓점 D의 좌표를 $(x,\ y)$라 할 때 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
대각선 AC의 중점과 대각선 BD의 중점이 일치한다.
점 D의 좌표를 (x, y)라고 하면

$$\left(\frac{3+(-1)}{2}, \frac{-2+3}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{5+y}{2}\right)$$

$\therefore\ x = -2,\ y = -4$

따라서 점 D의 좌표는 $(-2, -4)$

2. 세 점 $\mathrm{A}(3,\ 2)$, $\mathrm{B}(-2,\ -3)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 무게중심의 좌표 $\mathrm{G}(1,\ 1)$일 때, $a+b$의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\mathrm{G}\left(\dfrac{3+(-2)+a}{3},\quad \dfrac{2+(-3)+b}{3}\right)=G(1,\ 1)$ 이므로,

$\dfrac{3+(-2)+a}{3}=1,\ 3+(-2)+a=3,\ a=2$

$\dfrac{2+(-3)+b}{3}=1,\ 2+(-3)+b=3,\ b=4$

$\therefore\ a+b=6$

3. 두 점 $A(t, -3)$, $B(1, 2t)$에 대하여 선분 AB의 길이의 최솟값은?

① 2 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(1-t)^2 + (2t+3)^2}$$
$$= \sqrt{5t^2 + 10t + 10}$$
$$= \sqrt{5(t+1)^2 + 5}$$ 에서

선분 AB의 길이는 $t = -1$일 때 최소이다.

따라서 $t = -1$일 때, $\overline{AB} = \sqrt{5}$

4. 좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(1,2)$, $\mathrm{P}(0,b)$, $\mathrm{Q}(a,0)$, $\mathrm{B}(5,1)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$의 최솟값을 k라 할 때, k^2의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 45

해설

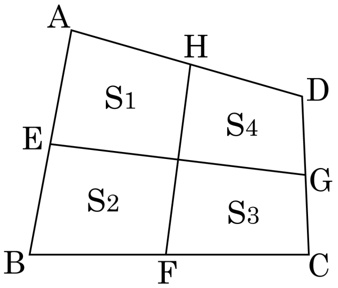
점 $\mathrm{A}\ (1,2)$의 y축에 대하여 대칭인 점을 $\mathrm{A}'(-1,2)$, 점 $\mathrm{B}(5,1)$의 x축에 대하여 대칭인 점을 $\mathrm{B}'(5,-1)$이라 하면

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB'}}$

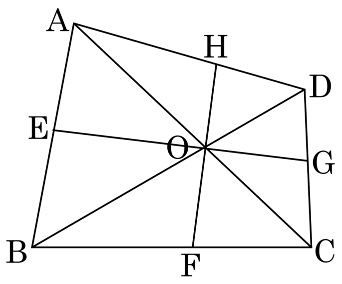
$\geq \overline{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{(5+1)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{45}$

따라서 $k=\sqrt{45}$ 이므로 $k^2=45$

5. 다음 그림과 같이 내각의 크기가 모두 $180°$ 보다 작은 사각형 ABCD 가 있다.



네 변 AB, BC, CD, DA 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 에 의하여 나누어진 사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3, S_4 라 할 때, 다음은 S_1, S_2, S_3, S_4 사이의 관계를 찾는 과정이다.

> $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면,
>
> 
>
>
> 점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로, $\triangle OAE = \boxed{\text{(가)}}$
> 또한, 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로, $\triangle OBF = \boxed{\text{(나)}}$
> 따라서 $S_2 = \triangle OAE + \boxed{\text{(나)}}$
> 같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG \therefore \boxed{\text{(다)}}$

위의 과정에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

② (가) $\triangle OBE$ (나) $\triangle OCF$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

③ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

④ (가) $\triangle OAH$ (나) $\triangle OBE$ (다) $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$

⑤ (가) $\triangle OCG$ (나) $\triangle ODH$ (다) $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

해설

$\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라 하면
점 E 가 $\overline{AB}$ 의 중점이므로
$\triangle OAE = \triangle OBE$
또한 점 F 가 $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\triangle OBF = \triangle OCF$
$\therefore\ S_2 = \triangle OAE + \triangle OCF$
같은 방법으로 $S_4 = \triangle OAH + \triangle OCG$
$\therefore\ S_1 + S_3 = S_2 + S_4$