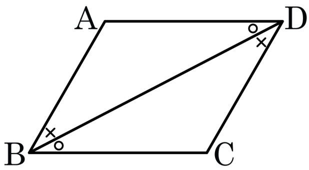
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



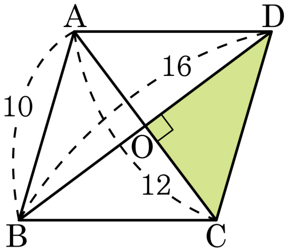
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD 와 △CDB 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\angle ABD$
③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$
⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle COD = 90°$일 때, $\triangle COD$의 넓이는?

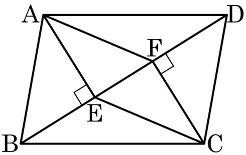


① 20　　② 24　　③ 26　　④ 28　　⑤ 30

해설

$\triangle COD$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{CO} \times \overline{DO} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$이다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$

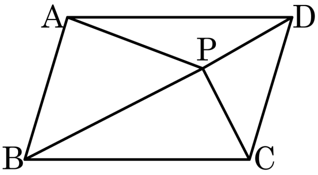
$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

4. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle$PCD, $\triangle$PAD, $\triangle$PBC 의 넓이는 각각 10cm^2 , 8cm^2 , 22cm^2 이다.$\triangle$PAB 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 18cm^2

④ 20cm^2 ⑤ 22cm^2

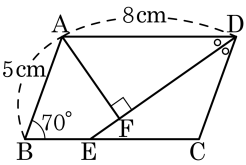
해설

$\triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD}$

$8 + 22 = \triangle\mathrm{PAB} + 10$

$\therefore \triangle\mathrm{PAB} = 20(\text{cm}^2)$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle B = 70°$ 이다. $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점이 E 이고 $\overline{AF} \perp \overline{ED}$ 일 때, $\angle BAF$ 의 크기와 $\overline{BE}$ 의 길이를 각각 구하면?



① $45°, 3\text{cm}$　② $45°, 5\text{cm}$　③ $55°, 3\text{cm}$

④ $55°, 5\text{cm}$　⑤ $60°, 3\text{cm}$

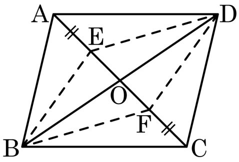
해설

$\angle C = 110°$, $\angle EDC = 35°$, $\angle DEC = 180° - 110° - 35° = 35°$ 이다.

$\angle DEC = \angle CDE$ 이고, $\overline{CE} = \overline{CD} = 5$ 이므로 $\overline{BE} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$ 이다.

$\angle FDA = 35°$ 이고, $\angle DAF = 55°$ 이므로 $\angle BAF = 110 - 55 = 55°$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡으면, □BEDF 는 평행사변형이다. 이것을 증명할 때, 사용되는 평행사변형이 되는 조건은? (단, 삼각형의 합동조건은 사용하지 않는다.)



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

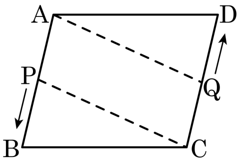
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\overline{EO} = \overline{AO} - \overline{AE} = \overline{CO} - \overline{FC} = \overline{FO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

7. $\overline{AB} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

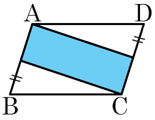
□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x+4$ (초)이다.

$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

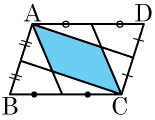
$\therefore x = 10$ (초)이다.

8. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 것은?

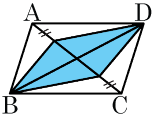
①



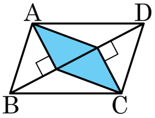
②



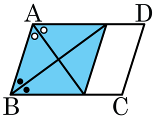
③



④



⑤

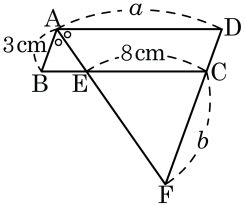


해설

①,②,③,④ : 평행사변형

⑤ 마름모

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle \mathrm{DAF} = \angle \mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)

$\angle \mathrm{BAE} = \angle \mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)

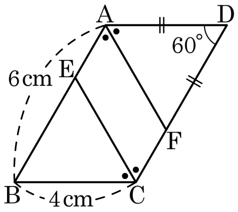
$\triangle \mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$

$\triangle \mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square \mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60^\circ$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle FAD = 60^\circ$ 이므로, $\angle AFD = 60^\circ$ 이므로

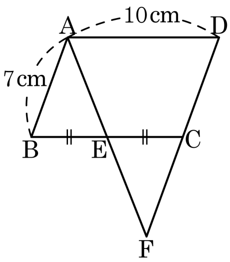
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm ② 9 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

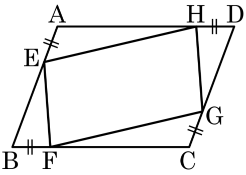
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH}=\overline{FG}$

② $\overline{EH}//\overline{FG}$, $\overline{EF}//\overline{HG}$

③ $\overline{EH}//\overline{FG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

④ $\overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

⑤ $\angle EFG=\angle GHE$

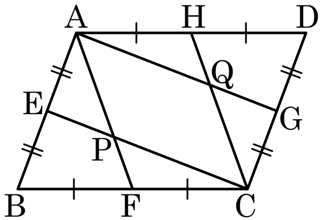
해설

$\triangle AEH\equiv\triangle CGF$(SAS합동)

$\triangle BFE\equiv\triangle DHG$(SAS합동)

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{HG}$, $\overline{EH}=\overline{FG}$

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

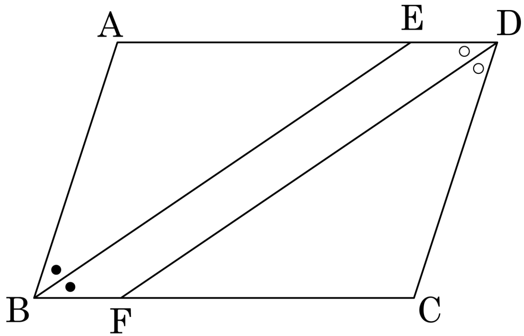
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} \,//\, \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} \,//\, \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} \,//\, \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} \,//\, \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

14. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. (가) ~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형

$\angle ABE = \boxed{\text{(가)}}$, $\angle EDF = \angle FDC$

[결론] □EBFD는 평행사변형

[증명] $\angle B = \boxed{\text{(나)}}$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle ABE = \boxed{\text{(가)}} \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \boxed{\text{(다)}}$ (엇각) $\boxed{\text{(라)}} = \angle CFD$ (엇각)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{\text{(마)}} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

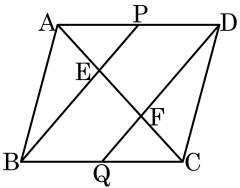
① (가) : $\angle EBF$　② (나) : $\angle D$　③ (다) : $\angle ABE$

④ (라) : $\angle EDF$　⑤ (마) : $\angle DFB$

해설

③ $\angle AEB$와 $\angle EBF$는 엇각으로 같다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 36cm^2 일 때, □EBQF 의 넓이는?



① 9cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2

④ 20cm^2　⑤ 22cm^2

해설

$\overline{BD}$, $\overline{PQ}$ 의 교점을 O 라고 하면 $\triangle PEO$ 와 $\triangle QFO$ 에서

$\overline{PO} = \overline{QO}$, $\angle EPO = \angle FQO$, $\angle POE = \angle QOF$

$\therefore$ $\triangle PEO \equiv \triangle QFO$ (ASA 합동)

$$\square EBQF = \triangle PBQ = \frac{1}{4}\square ABCD = 9\ (\text{cm}^2)$$