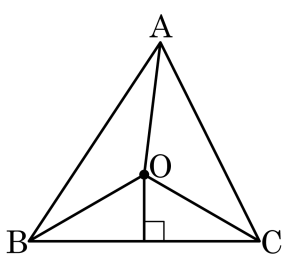
1. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



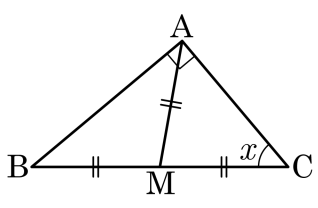
① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$

④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

2. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

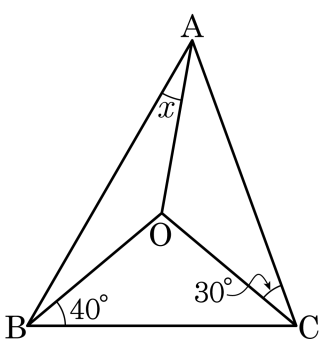


① $30°$ ② $40°$ ③ $50°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

해설

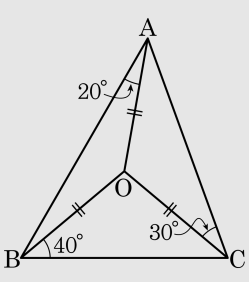
$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OBC = 40°$, $\angle ACO = 30°$일 때, $\angle x$의 크기는?



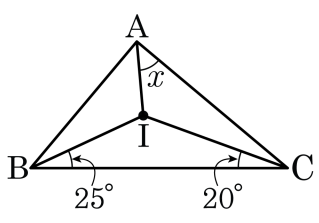
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
$\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = 40°$, $\angle OAC = 30°$,
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$이므로
$2\angle x + 40° \times 2 + 30° \times 2 = 180°$,
$2\angle x + 140° = 180°$,
$\therefore\ \angle x = 20°$

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x =$ ( )°이다. ( )안에 알맞은 수를 구하여라.



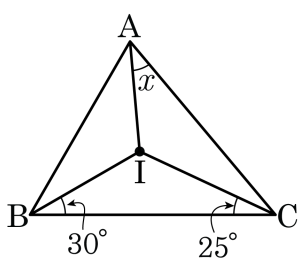
▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = 90° - (25° + 20°) = 45°$
$\therefore \angle x = 45°$

5. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심 일 때, $\angle x$의 크기는?



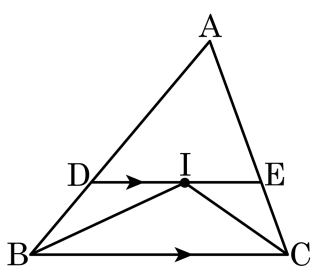
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

$30° + 25° + \angle x = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때 $\triangle DBI$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



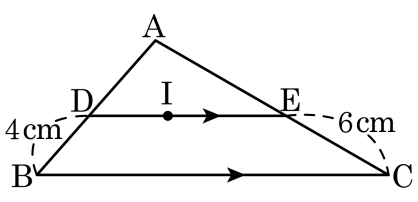
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$
$\overline{DE}//\overline{BC}$ 이므로 $\angle DIB = \angle CBI$
따라서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

7. 다음 그림에서 점 I 가 △ABC 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\overline{DB} = 4(\text{cm})$, $\overline{EC} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

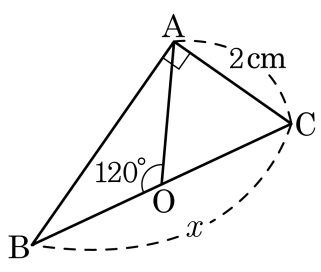
▷ 정답 : 10 cm

해설

△DBI, △EIC는 이등변 삼각형이므로 $\overline{DI} = 4(\text{cm}), \overline{IE} = 6(\text{cm})$

$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

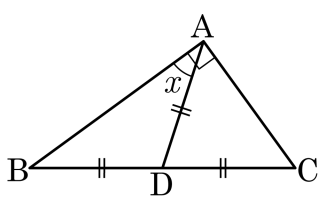
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60°$($\because 180° - \angle AOB$)

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

9. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?

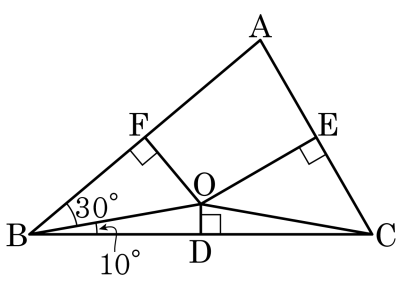


① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.
$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{BD}=\overline{AD}$)
$\triangle ABD=\angle BAD=\angle B$
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{AD}=\overline{CD}$)
$\angle DAC=\angle DCA=\angle C$
$\angle B:\angle C=2:3 \leftrightarrow \angle BAD:\angle CAD=2:3$
$\angle BAD=\dfrac{2}{2+3}\times 90°=\dfrac{2}{5}\times 90°=36°$

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



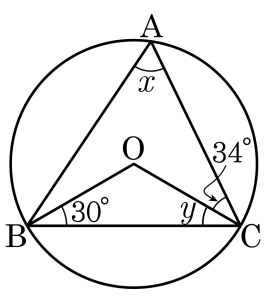
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 80°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$
$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$
$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$
$\therefore \angle x = 50°$
$\therefore \angle A = 30° + 50° = 80°$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 외접원의 중심이 점 O라고 할 때, $\angle OBC = 30°$, $\angle OCA = 34°$이다. $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



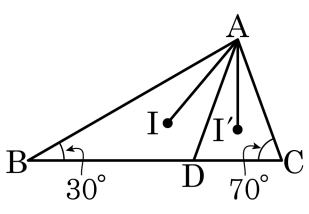
▶ 답: _____°

▷ 정답: 90°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = 34°$
$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 30°$
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle a$라 하면 $\angle OBA = \angle a$
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,
$30° + \angle a + 30° + 34° + 34° + \angle a = 180°$,
$128° + 2\angle a = 180°$,
$2\angle a = 52°$
$\therefore \angle a = 26°$
$\therefore \angle x = 26° + 34° = 60°$
$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle y = 30°$
$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

12. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 △ABD, △ADC 의 내심이다. ∠B = 30°, ∠C = 70° 일 때, ∠IAI′ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 40°

해설

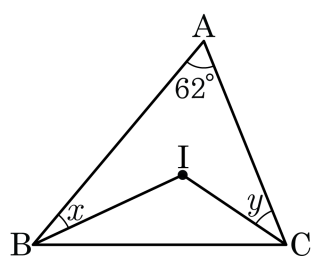
∠BAI = ∠IAD, ∠DAI′ = ∠CAI′

∠A = 2∠BAI + 2∠DAI′

△ABC 에서 ∠A = 80 ° 이므로

$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40°$

13. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$ ② $60°$ ③ $61.5°$ ④ $62°$ ⑤ $62.5°$

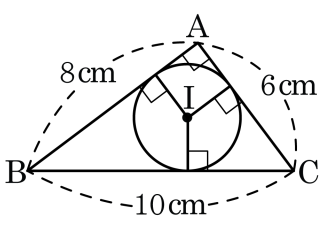
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 24cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: _____ cm

▷ 정답: 2 cm

해설

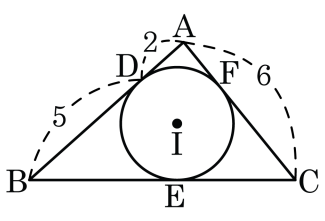
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$24 = \frac{1}{2} \times r \times (6+8+10)$ 이다.

$24 = 12r$, $r = 2$ 이다.

따라서 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다.

15. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

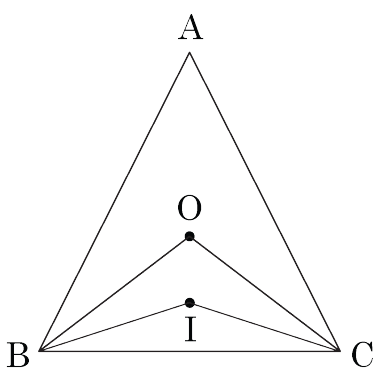
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 144^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 54 °

해설

$90^\circ + \frac{1}{2}\angle BOC = 144^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 108^\circ$ 이다.

따라서 $\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = 54^\circ$ 이다.

17. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

① $\frac{3}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\ \mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$

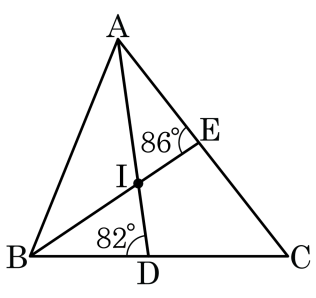
④ $\frac{3}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times30° = 60°$ 이므로

부채꼴의 넓이는 $\pi\times3^2\times\frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle ADB = 82°$, $\angle AEB = 86°$일 때, $\angle C = (\quad\quad)°$의 크기를 구하여라.



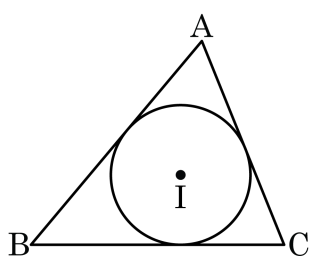
▶ 답: $\quad\quad$ °

▷ 정답: 52°

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$라 하면, $\triangle ABE$에서
$2\angle x + \angle y + 86° = 180° \cdots ㉠$
$\triangle ADB$에서 $\angle x + 2\angle y + 82° = 180° \cdots ㉡$
㉠, ㉡에서 $\angle x = 30°$, $\angle y = 34°$
$\triangle ABC$에서 $60° + 68° + \angle C = 180°$이다.
$\therefore \angle C = 52°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



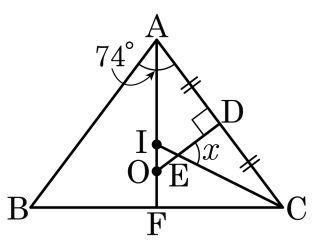
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 16π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AF}}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle \mathrm{BAC} = 74^\circ$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

해설

$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$

$\angle \mathrm{ACI} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ACB} = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$

따라서 $\triangle \mathrm{CDE}$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle \mathrm{ACI} = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.