1. $x = \frac{b}{a}$ (a, b 는 정수, $a \neq 0$)이고 x 는 무한소수가 아니다. 다음 중 x 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

- ① 1.204 ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ $\frac{4}{99}$ ⑤ 0.63

해설

x 는 분수로 나타낼 수 있는 수이므로 유리수이고, 무한소수가 아니므로 구하는 x 의 값은 유한소수이다.

2. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 값은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)

$$\left(\frac{x^a z^3}{cy^2}\right)^4 = \left(\frac{x^4 z^b}{81y^8}\right)$$

① $a = 1, b = 7, c = 3$

② $a = 2, b = 12, c = 3$

③ $a = 1, b = 12, c = 9$

④ $a = 1, b = 7, c = 3$

⑤ $a = 1, b = 12, c = 3$

해설

$$a \times 4 = 4, a = 1$$

$$3 \times 4 = b, b = 12$$

$$c^4 = 81, c = 3$$

3. $3x + 2y = 4x - y + 2$ 임을 이용하여 $y^2 + 2xy - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $3y - 3$

② $y^2 + y - 3$

③ $6y^2 + 6y - 3$

④ $7x^2 + 7x - 3$

⑤ $7y^2 - 4y - 1$

해설

$3x + 2y = 4x - y + 2$ 를 x 로 정리하면 $x = 3y - 2$ 이다.

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} y^2 + 2y(3y - 2) - 1 &= y^2 + 6y^2 - 4y - 1 \\ &= 7y^2 - 4y - 1 \end{aligned}$$

4. 다음 중 부등식이 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x - 5 < 0$ ② $3 \times 2 - 4 = 2$ ③ $6a < 0$

④ $(3x - 4)3 \leq 2$ ⑤ $(5a - 2)3 \neq 4$

해설

- ① 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.
- ③ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.
- ④ 부등호 $\leq$ 를 사용한 부등식이다.

5. 두 부등식 $x + 3 > 2x + a$, $2x - 6 > x$ 에서 해가 존재하지 않기 위한 정수 a 의 최솟값은?

① 1 ② -1 ③ -3 ④ -5 ⑤ -7

해설

$x < 3 - a$, $x > 6$
해가 존재하지 않기 위해서는
 $3 - a \leq 6$ 이어야 한다.
 $a \geq -3$
따라서 최솟값은 -3

6. 어떤 자연수의 $\frac{1}{2}$ 배에 -1 을 더한 수는 3 보다 작다. 이와 같은 자연 수는 모두 몇 개인지 구하면?

- ① 1 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 10 개

해설

$\frac{1}{2}x - 1 < 3, x < 8$ 이므로 자연수는 7 개다.

7. $\frac{x}{3}(6-3x) - \frac{x}{2}(6x-8) - 3x = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $2A + 3B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x - x^2 - (3x^2 - 4x) - 3x \\ &= -4x^2 + 3x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = -4, B = 3$$

$$\therefore 2A + 3B = 2 \times (-4) + 3 \times 3 = 1$$

8. $a < b$ 일 때, 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

$$3a - 1 \quad \square \quad 3b - 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : <

해설

$a < b$ 이면 $3a < 3b$ 이다.(양변에 같은 양수를 곱하였다.)

$3a < 3b$ 이면 $3a - 1 < 3b - 1$ 이다.(양변에 같은 수를 뺐다.)

10. 일차부등식 $ax+2 \geq 3(4-x)+3$ 을 만족하는 가장 큰 수가 -5 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{28}{5}$

해설

$$ax+2 \geq 3(4-x)+3$$

$$ax+2 \geq 12-3x+3$$

$$ax+3x \geq 13$$

$$(a+3)x \geq 13$$

부등식을 만족하는 x 의 가장 큰 수가 -5 라면 $x \leq \frac{13}{a+3}$ 이어야

하므로

$$\frac{13}{a+3} = -5$$

$$-5a-15 = 13$$

$$-5a = 28$$

$$\therefore a = -\frac{28}{5}$$

11. 어느 동물원의 입장료가 1 인당 2000 원이다. 단체는 50 명 이상부터 이며 20% 를 할인하여 준다고 한다. 이 때, 50 명 단체의 표를 사서 할인혜택을 받는 것이 유리한 것은 몇 명 이상일 때인가?

- ① 40 명 ② 41 명 ③ 42 명 ④ 43 명 ⑤ 44 명

해설

관람객의 수를 x 라 할 때,
 $2000 \times 50 \times 0.8 < 2000 \times x$
 $x > 40$
 $\therefore 41$ 명 이상

12. 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 다른 두 변의 길이의 합보다 짧다. 한 삼각형의 세 변의 길이가 각각 5cm 씩 차이가 날 때, 가장 짧은 변의 길이의 범위는?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x > 4$ ⑤ $x > 5$

해설

5cm 씩 차이나는 세 변의 길이를
 $x, x + 5, x + 10$ 라 하면
 $x + (x + 5) > x + 10$
 $\therefore x > 5$

13. 미영이는 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $3 \div 25$

㉡ $3 \div 11$

㉢ $13 \div 50$

㉣ $5 \div 4$

㉤ $1 \div 3$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}7$ 이므로 순환마디가 2,7인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

㉤ $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$ 이므로 순환마디가 3인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

14. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, bm = 8, cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2이다.

15. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\frac{5a-3ab+5b}{a+b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{a+b}{ab} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 3ab = 4(a+b)$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5(a+b) - 3ab}{a+b} \\ &= \frac{5(a+b) - 4(a+b)}{a+b} \\ &= \frac{a+b}{a+b} \\ &= 1\end{aligned}$$

16. 일차부등식 $\frac{x-1}{2} - \frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8} - a$ 의 해 중에서 가장 큰 값이 $-\frac{3}{5}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{13}{20}$

해설

$$\frac{x-1}{2} - \frac{3x+5}{4} \geq \frac{x-7}{8} - a \text{의 양변에 } 8 \text{을 곱하면}$$

$$4x - 4 - 6x - 10 \geq x - 7 - 8a$$

$$-3x \geq -8a + 7, x \leq \frac{8a-7}{3}$$

$$\text{해 중에서 가장 큰 값이 } -\frac{3}{5} \text{이므로 } \frac{8a-7}{3} = -\frac{3}{5}$$

$$40a - 35 = -9, 40a = 26$$

$$\therefore a = \frac{13}{20}$$

18. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 252

▷ 정답: 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \dots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore x = 252, 567$

19. 자연수 n 을 7 로 나눈 나머지를 $f(n)$ 이라 정의할 때, $f(8^{12} \times 25^{18})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$8^{12} \times 25^{18} = (2^3)^{12} \times (5^2)^{18} = 2^{36} \times 5^{36} = 10^{36} \text{ 이므로 } f(8^{12} \times 25^{18}) = f(10^{36})$$

10 을 7 로 나눈 나머지는 3 이므로 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 $3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18}$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 9 를 7 로 나눈 나머지는 2 이므로 9^{18} 을 7 로 나눈 나머지는 $2^{18} = (2^3)^6 = 8^6$ 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

또, 8 을 7 로 나눈 나머지는 1 이므로 8^6 을 7 로 나눈 나머지는 1^6 을 7 로 나눈 나머지와 같다.

따라서 10^{36} 를 7 로 나눈 나머지는 1,

즉 $f(10^{36}) = 1$

20. $\frac{a+2b}{12} = \frac{a}{2} - \frac{b}{6}$ 일 때, $a:b$ 의 비는? (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

- ① 2:3 ② 3:2 ③ 4:5 ④ 5:4 ⑤ 1:1

해설

$$a + 2b = 6a - 2b, 5a = 4b$$
$$\therefore a : b = 4 : 5$$