

1. 다음 수 중에서 유리수는 몇 개인가?

0.373737 0 π 2.4174 1.2345678... 1000

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

0.3737 , 0 , 2.4174 , 1000

$\therefore$ 4개

2. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

3. 분수 $\frac{7}{2 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 있을 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

분모가 소인수 2와 5로만 이루어진 수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 $2 \times 2 = 4$, 5, $2 \times 2 \times 2 = 8$ 은 올 수 있고,

2×3 즉, 6은 x 값이 될 수 없다.

7은 유한소수가 불가능하지만, 분자에 7이 있으므로 약분되어 가능하다.

4. 다음 중 순환마디를 바르게 표현한 것은?

① $0.3333\cdots$, 33

② $0.454545\cdots$, 45

③ $0.252525\cdots$, 252

④ $2.417417417\cdots$, 174

⑤ $2.145145\cdots$, 214

해설

① 3

② 45

③ 25

④ 417

⑤ 145

5. 다음은 순환소수와 순환소수의 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $0.1\dot{7}, 1$

② $0.5\dot{3}, 5$

③ $0.20\dot{3}, 2$

④ $-3.12\dot{9}, 2$

⑤ $2.74\dot{3}, 7$

해설

① $50 - 1 = 1 \times 49$ 이므로 7

② $50 = 2 \times 25$ 이므로 3

③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 0

④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 2

⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 3

6. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{7}\dot{8} = \frac{26}{33}$$

$$\textcircled{2} \ 5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514}{99}$$

$$\textcircled{3} \ 1.\dot{6} = \frac{16}{9}$$

$$\textcircled{4} \ 0.4\dot{2} = \frac{19}{45}$$

$$\textcircled{5} \ 0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{7}\dot{8} = \frac{78}{99} = \frac{26}{33}$$

$$\textcircled{2} \ 5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514 - 5}{99} = \frac{509}{99}$$

$$\textcircled{3} \ 1.\dot{6} = \frac{16 - 1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\textcircled{4} \ 0.4\dot{2} = \frac{42 - 4}{90} = \frac{19}{45}$$

$$\textcircled{5} \ 0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$$

7. 다음 순환소수 중 0.8 과 같은 것은?

① $0.7\dot{9}$

② $0.\dot{8}$

③ $0.8\dot{9}$

④ $0.\dot{7}\dot{9}$

⑤ $0.\dot{8}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.7\dot{9} = \frac{79 - 7}{90} = \frac{72}{90} = \frac{4}{5} = 0.8$$

8. $x = 0.\dot{5}8\dot{3}$ 일 때, $x \times (10^3 - 1)$ 은 몇 자리 정수인가?

① 한 자리 정수

② 두 자리 정수

③ 세 자리 정수

④ 네 자리 정수

⑤ 다섯 자리 정수

해설

$$x = 0.\dot{5}8\dot{3} = \frac{583}{999}$$

$$x \times (10^3 - 1) = \frac{583}{999} \times 999 = 583$$

9. 순환소수 $0.2\dot{3}5$ 를 분수로 고칠 때, 순환소수 $0.2\dot{3}5$ 를 x 로 놓고 계산하고자 한다. 이때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$

② $1000x - x$

③ $100x - 10x$

④ $1000x - 100x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 235.3535\cdots \\ -) \quad 10x = \quad 2.3535\cdots \\ \hline 990x = 233 \end{array}$$

따라서 ⑤ $1000x - 10x$ 이다.

10. 다음 유리수 중 가장 큰 수는?

① $3.4\dot{9}$

② $3.\dot{5}\dot{0}$

③ $3.\dot{5}\dot{3}$

④ $3.\dot{5}$

⑤ 3.5

해설

① $3.4\dot{9} = 3.4999\cdots$

② $3.\dot{5}\dot{0} = 3.505050\cdots$

③ $3.\dot{5}\dot{3} = 3.535353\cdots$

④ $3.\dot{5} = 3.5555\cdots$

⑤ 3.5

따라서 가장 큰 수는 $3.\dot{5}$ 이다.

11. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

12. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 선우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{1}7$ 이 되었고, 지민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$

② $\frac{11}{90}$

③ $\frac{17}{90}$

④ $\frac{7}{99}$

⑤ $\frac{17}{99}$

해설

선우 : $0.\dot{1}7 = \frac{17}{99}$,

지민 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지민이가 본 분자})}{(\text{선우가 본 분모})} = \frac{7}{99} = A \text{ 이다.}$$

13. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로

① 2^x 꼴인 경우 : 6가지

② 5^y 꼴인 경우 : 2가지

③ $2^x \times 5^y$ 에서

㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지

따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개

$\therefore$ 85개

14. $x = \frac{2}{3}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $1.\dot{6}$

② $1.0\dot{6}$

③ $1.0\dot{6}$

④ $1.\dot{6}\dot{6}$

⑤ $1.\dot{6}0\dot{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\&= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

$$x \text{의 값을 대입하면 } \frac{2}{3} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{16}{15}$$

따라서 $x = \frac{16}{15} = 1.06666\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $1.0\dot{6}$ 이다.

15. 순환소수 $0.7\dot{3}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$0.7\dot{3} = \frac{73 - 7}{90} = \frac{11}{15}$ 이므로 어떤 자연수는 15의 배수이어야 한다.

두 자리의 자연수 중 15의 배수는 15, 30, ..., 90의 6개이다.

16. $x = \frac{a}{90}$ (a 는 100 이하의 자연수) 일 때, x 가 정수가 아니면서 유한소수가 되는 a 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

분수 $\frac{a}{90}$ 가 정수가 아닌 유한소수가 되는 a 는 100 이하의 9 의
배수 중 90의 배수를 제외하면 된다.
따라서, $11 - 1 = 10$

17. 분수 $\frac{11}{2^3 \times x}$ 는 유한소수이다. 두 자리 자연수 x 의 최댓값을 a 라 하고 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

x 는 $2^a \times 5^b$ 또는 $2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴이다.

$x = 2^a \times 5^b$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80		
5^2	25	50					

$x = 2^a \times 5^b \times 11$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	11	22	44	88			
5^1	55						
5^2							

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 88 이고 가장 작은 두 자리의 자연수는 10 이다.

$$\therefore a - b = 78$$

18. 분수 $\frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약 분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$ 이다. x 가 100 이하의 자연수일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수가 된다.

$$\frac{x}{180} = \frac{x}{2^2 \times 3^2 \times 5}, x \text{는 } 9 \text{의 배수이어야 한다.}$$

유한소수이면서 기약분수의 분자가 9가 되는

$$x = 3^2 \times 9 = 81$$

$$\frac{3^2 \times 9}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{2^2 \times 5} \text{ 이므로 } y = 20$$

$$\therefore x - y = 81 - 20 = 61$$

19. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a , 62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 순환소수로 구하면?

① $0.\dot{1}\dot{3}$

② $0.\dot{1}\dot{9}$

③ $0.\dot{2}\dot{3}$

④ $0.\dot{2}\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}\dot{1}$

해설

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}, 40 = 6 \times 6 + 4 \quad \therefore a = 5$$

$$62 = 6 \times 10 + 2 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore 0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{5}\dot{2} - 0.\dot{2}\dot{5} = 0.\dot{2}\dot{7}$$

20. $x = 0.8\dot{3}$ 일 때, $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} = 0.0\dot{5} \times x$ 를 만족하는 a 의 값을

구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{103}{105}$

해설

$$x = 0.8\dot{3} = \frac{5}{6}, \quad 0.0\dot{5} \times x = \frac{1}{18} \times x = \frac{1}{18} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{108} \text{ 이므로}$$

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}} = \frac{5}{108}$$

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{a}} = 1 - \frac{5}{108} = \frac{103}{108}$$

$$1 - \frac{1}{a} = \frac{108}{103}$$

$$\therefore \frac{1}{a} = 1 - \frac{108}{103} = -\frac{105}{103}$$

$$\therefore a = -\frac{103}{105}$$