

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 3 은 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.

⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

2. 72 를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

따라서 $a = 2, b = 3$

$$a + b = 5$$

3. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

4. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$48 = 2^4 \times 3, 64 = 2^6, 80 = 2^4 \times 5 \text{ 의 최대공약수 } 2^4 = 16(\text{cm})$$

5. 가로와 세로의 길이가 16 cm, 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm ④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16과 20의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16과 20의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \quad 20} \\ \underline{4 \quad 5} \end{array}$$

6. A 가 12의 약수의 모임이고, B 가 어떤 수의 약수의 모임이다. A 와 B 의 공통된 수가 1일 때, 어떤 수 중 30 보다 작은 자연수는 몇 개인가?

① 6 개

② 7 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12 와 어떤 수의 공약수가 1 , 즉 서로소이므로

어떤 수는 30 미만의 자연수 중 2 와 3 의 배수가 아닌 수이므로
1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29 의 10 개이다.

7. 두 자연수 $2^4 \times 3 \times 5^2$, 2×5^2 의 공약수가 될 수 없는 것을 모두 고르면?(정답 3개)

① 2^2

② 2×5

③ 5

④ $2^2 \times 5$

⑤ $2^4 \times 3 \times 5^2$

해설

최대 공약수는 2×5^2 이고, 공약수는 최대 공약수의 약수이므로 1, 2, 5, 2×5 , 5^2 , 2×5^2 이다.

8. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

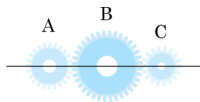
- ① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.

따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

9. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



답:

바퀴



정답: 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,

$\therefore$ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

10. 두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$ 와 $a^b \times c^2$ 의 최대공약수가 $3^3 \times 5$, 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 일 때, a, b, c 의 값을 차례로 구하면? (단, $a < b < c$ 인 소수)

① 2, 3, 4

② 2, 3, 5

③ 3, 4, 5

④ 3, 4, 7

⑤ 4, 5, 7

해설

두 자연수 $2^3 \times 3^3 \times 5$, $a^b \times c^2$ 에 대하여
최대공약수가 $3^3 \times 5$ 이고 최소공배수가 $2^3 \times 3^4 \times 5^2$ 이므로
 $\therefore a = 3, b = 4, c = 5$

11. 264 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 11

② 1, 2, 3, 11

③ 2^2 , 11

④ 2^3 , 3, 11

⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

12. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 3

② 6

③ 12

④ 27

⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

① 3

② 2×3

③ $2^2 \times 3$

④ 3^3

⑤ $2^4 \times 3$

13. 자연수 N 을 2 에서 8 까지의 자연수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

14. $2520 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 로 소인수분해될 때, $a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s}$ 의 값을 구하여라.
(단, $a < b < c < d$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = a^p \times b^q \times c^r \times d^s$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, d = 7,$

$p = 3, q = 2, r = 1, s = 1$

$$\begin{aligned}\therefore a \times p + b \times q + \frac{c}{r} + \frac{d}{s} &= 2 \times 3 + 3 \times 2 + \frac{5}{1} + \frac{7}{1} \\ &= 6 + 6 + 5 + 7 \\ &= 24\end{aligned}$$

15. 한 자리 소수 a 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 5이다.

$a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.

$a = 2$ 일 때 2^3 을 곱하면 약수의 개수는

$6 \times 3 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 2$ 이다.