

1. 두 점 A $(-2, 2)$, B $(5, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표는?

① $(1, 0)$

② $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

③ $(2, 0)$

④ $(3, 0)$

⑤ $(4, 0)$

해설

x 축 위의 점을 P $(x, 0)$ 이라 하면, $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$ 이므로

$$(x + 2)^2 + 2^2 = (x - 5)^2 + 5^2 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3$$

$$\therefore P(3, 0)$$

2. 두 점 $A(2, -5)$, $B(-1, 1)$ 에 대해서 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, 0)$

② $(2, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(0, -1)$

⑤ $(1, 0)$

해설

내분점 공식을 이용하면,

$$P = \left(\frac{2 \times (-1) + 1 \times 2}{2 + 1}, \frac{2 \times 1 + 1 \times (-5)}{2 + 1} \right)$$

$\therefore (0, -1)$

3. $A(1, 2)$, $B(3, -2)$ 을 $3:2$ 로 외분하는 점 $C(a, b)$ 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

외분점 구하는 공식을 이용한다.

C의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 3 - 2 \times 1}{3 - 2}, \frac{3 \times (-2) - 2 \times 2}{3 - 2} \right) = (7, -10)$$

$$\therefore a + b = -3$$

4. 세 점 A (1, 3), B (2, 2), C (3, 1)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심이 G (a, b)이다. $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 0

해설

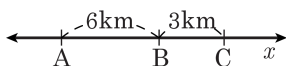
세 점의 좌표를 알 때

무게중심을 구하는 공식에서

$$a = (1 + 2 + 3) \div 3 = 2, b = (3 + 2 + 1) \div 3 = 2$$

$$\text{따라서 } a + b = 2 + 2 = 4$$

5. 그림에서 A, B, C는 도로가 통과하는 세 마을이다. A마을과 B마을 사이의 거리는



6km, B마을과 C마을 사이의 거리는 3km이다. 이 도로 위에 또 하나의 다른 마을이 있는데, 그 마을과 A 사이의 거리는 그 마을과 C 마을 사이의 거리의 2배이다. 그 마을과 B마을 사이의 거리는?

① 6 km

② 9 km

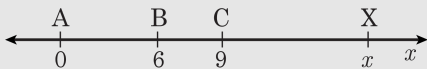
③ 12 km

④ 15 km

⑤ 18 km

해설

그림과 같이 A 마을을 원점으로 하고, 구하고자 하는 마을을 X라 하면



A(0), B(6), C(9), X(x)

A 마을과 X 마을 사이의 거리는

C 마을과 X 마을 사이의 거리의 2 배이므로

$$|x - 0| = 2|x - 9|$$

$$\text{곧, } |x| = 2|x - 9|$$

$$\therefore 2(x - 9) = \pm x$$

$$\therefore x = 6 \text{ 또는 } x = 18$$

여기서 $x = 6$ 이면 $X = B$ 가 되므로 성립하지 않는다.

따라서 $x = 18$

이 때, X 마을과 B 마을 사이의 거리는 $18 - 6 = 12(\text{km})$

6. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로

피타고라스의 정리에 의해

$$\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \textcircled{7}$$

이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여

$$\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$$

$$\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$$

$$\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160 \text{ 이므로}$$

$$\textcircled{7} \text{에 의해 } 2a^2 - 4a + 90 = 160$$

$$\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

7. 두 정점 A(1, 2), B(-3, 0)으로부터 같은 거리에 있는 점들의 자취의 방정식은?

① $y = 2x + 1$

② $y = 2x - 1$

③ $y = -2x + 1$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = -x + 2$

해설

구하는 점을 $P(x, y)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$$

양변을 제곱해서 정리하면

$$-8x - 4y - 4 = 0, -4y = 8x + 4$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

해설

두 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취는 선분의 수직이등분선이다.

$\overline{AB}$ 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선은 기울기는 -2 이고

$\overline{AB}$ 의 중점 $(-1, 1)$ 을 지난다.

$$\therefore y - 1 = -2(x + 1)$$

$$\therefore y = -2x - 1$$

8. 세 점 $A(1, 6)$, $B(-2, 2)$, $C(4, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 와 임의의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값이 최소일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} & \overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \\ &= \{(a-1)^2 + (b-6)^2\} + \{(a+2)^2 + (b-2)^2\} \\ & \quad + \{(a-4)^2 + (b-1)^2\} \end{aligned}$$

$$= 3a^2 - 6a + 3b^2 - 18b + 62$$

$$= 3(a^2 - 2a + 1) + 3(b^2 - 6b + 9) + 32$$

$$= 3(a-1)^2 + 3(b-3)^2 + 32$$

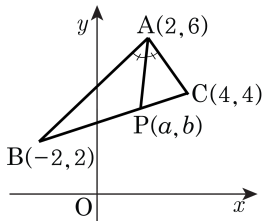
이때, a, b 는 실수이므로

$\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은

$a = 1, b = 3$ 일 때 최소이다.

$$\therefore a + b = 4$$

9. 다음 그림과 같이 세 점 $A(2, 6)$, $B(-2, 2)$, $C(4, 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 할 때, $3ab$ 의 값은?



- ① 10 ② 15 ③ 20
④ 25 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이

변 BC 와 만나는 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP}$ 가 성립한다.

$$\text{이때, } \overline{AB} = \sqrt{(-2-2)^2 + (2-6)^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-6)^2} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{CP} = 2 : 1$$

따라서 점 $P(a, b)$ 는 변 BC 를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

$$\therefore a = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot (-2)}{2 + 1} = 2,$$

$$b = \frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 2}{2 + 1} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore 3ab = 3 \cdot 2 \cdot \frac{10}{3} = 20$$

10. 두 점 A(-1, 2), B(3, 4)에 대하여 점 P가 x축 위를 움직일 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① $2\sqrt{13}$ ② $2\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ 5 ⑤ $2\sqrt{5}$

해설

점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 B'(3, -4)

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{AP} + \overline{B'P}$$

따라서 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최소거리는 $\overline{AP} + \overline{B'P}$ 의 최소 거리와 같고
세 점 A, P, B'이 직선 위에 있을 때
가장 짧은 $\overline{AB'}$ 이 최소거리이다.

$$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{(3+1)^2 + (-4-2)^2} = 2\sqrt{13}$$

