

1.  $x - y = 1$ 을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 등식  $3x^2 - 5x + 1 = ay^2 + by + c$ 이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = y + 1$ 을 주어진 식에 대입한 후,  
 $y$ 에 대한 내림차순으로 정리한다.  
 $3(y + 1)^2 - 5(y + 1) + 1 = ay^2 + by + c$   
 $(3 - a)y^2 + (1 - b)y - 1 - c = 0$   
 $\therefore a = 3, b = 1, c = -1$   
 $\therefore a + b + c = 3$

2.  $b, c$ 는 상수이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$ 을 만족하는  $c$ 의 값은?

①  $-5$

②  $-3$

③  $-1$

④  $3$

⑤  $5$

해설

$$\begin{aligned}(x+2)(x+b) &= x^2 + cx + 6, \\ x^2 + (2+b)x + 2b &= x^2 + cx + 6, \\ 2+b &= c, \quad 2b = 6 \\ \therefore b &= 3 \\ \text{따라서 } c &= 5\end{aligned}$$

3. 등식  $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 구하면?

①  $a = 4, b = 5, c = 6$

②  $a = 2, b = -10, c = 5$

③  $a = 4, b = -11, c = 6$

④  $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤  $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변)  $= ax^2 - (2a+3)x + 6$  이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면  $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면  $a = 4, b = -11, c = 6$

4.  $x$ 에 대한 항등식  $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 :  $a = 2$
- ▷ 정답 :  $b = -5$
- ▷ 정답 :  $c = -1$

해설

계수비교법에 의하여 동차의 계수가 같아야 한다.  
 $\therefore a = 2, b = -5, c = -1$

5. 항등식  $A(x-1) + B(x-2) = 2x-3$ 에서 미정계수  $A, B$ 를 구할 때,  $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$ 을 대입하면,

$$A(1-1) + B(1-2) = 2 \cdot 1 - 3$$

$$\therefore B = 1$$

$x=2$ 를 대입하면,

$$A(2-1) + B(2-2) = 2 \cdot 2 - 3$$

$$\therefore A = 1$$

$$\therefore A + B = 2$$

해설

계수비교법 사용

$$Ax - A + Bx - 2B = 2x - 3$$

$$(A+B)x - (A+2B) = 2x - 3$$

$$\therefore A + B = 2$$

6. 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여,  $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x+y$ 가 성립할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{13}{4}$       ②  $\frac{15}{4}$       ③  $\frac{17}{4}$       ④  $\frac{19}{4}$       ⑤  $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

7.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3}$  을 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여 항상  $ax+by+5 = 0$ 이다. 이때  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = t \text{라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 3t + 1$$

이것을  $ax + by + 5 = 0$ 에 대입하면

$$a(2t - 1) + b(3t + 1) + 5 = 0$$

$$(2a + 3b)t + (-a + b + 5) = 0$$

이 식이 모든 실수  $t$ 에 대하여 성립해야 하므로

$$2a + 3b = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$-a + b + 5 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 3, b = -2 \quad \therefore a + b = 3 + (-2) = 1$$

해설

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \Leftrightarrow AD = BC \text{ 성질 이용}$$

$$3x + 3 = 2y - 2$$

$$3x - 2y + 5 = 0 \text{은 } ax + by + 5 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

8.  $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $ax^2+bx+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$   
 $x$ 에 대한 항등식이므로  
 $a+b+c=0, b+2c=0, c-1=0$   
 $\therefore a=1, b=-2, c=1$   
 $\therefore a+b+c=0$

9. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식  $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여 성립하도록  $a, b$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 1, b = 2$
- ②  $a = 2, b = 2$
- ③  $a = 2, b = 0$
- ④  $a = 0, b = 2$
- ⑤  $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면  
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$   
이 식을  $x, y$ 에 대하여 정리하면  
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$   
이 등식이 임의의  $x, y$ 에 대하여 성립하므로  
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  $a = 2, b = 0$

10.  $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가  $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$ 라 놓으면

$$2x+ay-b=k(x-y-1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$$

$$\therefore k=2, a=-2, b=2$$

$$\therefore a-b=-4$$

11.  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$  을 동시에 만족시키는  $x, y, z$  에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  이 성립할 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i)  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$  에서

$x, y$  를  $z$  에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii)  $x = 2z + 1$ ,  $y = -3z - 1$  을  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

12.  $x + y + 2z = 1$ ,  $2x - y + z = 5$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$ 이 성립할 때,  $3a + 2b + c$ 의 값은 얼마인가?

① 12

② 8

③ 4

④ 0

⑤ -2

해설

$$x + y + 2z = 1 \cdots ①$$

$$2x - y + z = 5 \cdots ②$$

$$① + ②: x + z = 2 \Rightarrow z = 2 - x$$

$$② \times 2 - ①: x - y = 3 \Rightarrow y = x - 3$$

$$\therefore ax^2 + by^2 + cz^2 = 6$$

$$\Rightarrow ax^2 + b(x - 3)^2 + c(2 - x)^2$$

$$= (a + b + c)x^2 - (4c + 6b)x + 9b + 4c = 6$$

모든 실수  $x, y, z$ 에 대해 성립하려면

$$a + b + c = 0, 4c + 6b = 0, 9b + 4c = 6$$

위의 식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = 2, c = -3$

$$\therefore 3a + 2b + c = 4$$

13.  $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$  이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,

$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로

$\therefore 2^5 = 32$

14.  $x^3 - x^2 + 2 = (x + 1)^3 + a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$  가 항등식일 때,  $a + b + c$  의 값을 구하면?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

|    |   |    |   |    |
|----|---|----|---|----|
| -1 | 1 | -1 | 0 | 2  |
|    |   | -1 | 2 | -2 |
| -1 | 1 | -2 | 2 | 0  |
|    |   | -1 | 3 |    |
| -1 | 1 | -3 | 5 |    |
|    |   | -1 |   |    |
|    | 1 | -4 |   |    |

$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$

$\therefore a + b + c = 1$

해설

주어진 식의 양변에  $x = 0$  을 대입하면

$2 = 1 + a + b + c$

$\therefore a + b + c = 1$

15. 다항식  $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$  을 전개한 식이  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$  일 때,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$  의 값을 구하면?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ & \text{양변에 } x = -1 \text{ 을 대입하면} \\ & (-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

16.  $x^3 + 2x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $a + b + c + d$ 의 값은?

① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

양변에  $x = 2$ 를 대입하면  
 $8 + 8 - 2 + 1 = a + b + c + d$   
 $\therefore a + b + c + d = 15$

해설

- ( i )  $a, b, c, d$ 의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나  
( ii ) 조립제법 : 좌변을  $x - 1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로  $d, c, b$ 가 되고 마지막 몫의 계수가  $a$ 이다.

17.  $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$  가  $x \neq 1$  인 모두 실수  $x$ 에 대해 항상 성립 하도록  $a, b, c$ 를 구할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① 2                      ② -2                      ③ 1                      ④ -1                      ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

18. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1)+b(x-1)+c(x+1)=2x^2+x+1$$

- ① 3
- ② 2
- ③ 1
- ④ 0
- ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면  
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

$x^2$ 의 계수가 2이므로  $a = 2$   
 $x = 1$  대입,  $c = 2$   
 $x = -1$  대입,  $b = -1$   
 $\therefore a + b + c = 3$

19.  $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수  $x, y$ 에 대하여, 항상  $ax+by=7$ 이 성립할 때,  $a, b$ 의 값을 구하여라. ( $a, b$ 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

20. 다음 등식 중에서  $x$ 에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 것을 모두 고르면?

①  $(x-2)(x+2) = x^2 - 4$       ②  $x^2 - x = x(x+2)$

③  $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$       ④  $x(x-2) = 0$

⑤  $x+y = x-y$

해설

②는  $x=0$ 일 때만 성립하고,  
④는  $x=0, 2$ 일 때만 성립한다.  
그리고 ⑤는  $y=0$ 일 때만 성립한다.  
①과 ③은 모든 실수에 대하여 성립한다.

21. 모든 실수  $x$ 에 대하여 등식  $3x^2 + 2x + 7 = a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$ 가 성립할 때, 상수  $c$ 의 값은?

- ① -6
- ② -7
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$$3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$$

$$a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$$

$$\therefore \text{연립하면 } a = 3, b = -4, c = 8$$

해설

조립제법 사용

-1

3

2

7

-3

1

-1

3

-1

8

-3

3

-4

a

c

b

22.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로  
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$   
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$   
㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.  
즉,  $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$   
이므로  $a = 4, b = 1$   
 $\therefore a + b = 5$

23. 등식  $ax^2 - (2a + c)x - 1 = (b - 2)x^2 + (b + c)x - c$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

- ㉠  $\frac{1}{3}$       ㉡  $\frac{2}{3}$       ㉢  $-\frac{7}{3}$       ㉣  $-\frac{11}{3}$       ㉤  $-\frac{1}{3}$

해설

주어진 식에서 동류항의 계수를 비교하면

$$a = b - 2, -(2a + c) = b + c, 1 = c$$

$$a - b = -2, -2a - b = 2$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}$$

$$a + b + c = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

24.  $x$ 에 대한 항등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = 2$

▷ 정답 :  $b = -1$

▷ 정답 :  $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1) \\ = cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

25. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c \\ &= ax^2 - (2a - b)x + (a - b + c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

26. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가  $x$  값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

27. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 하는 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + 2b + 3c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + 2b + 3c = 5$$

28. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + c(x - 1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면  $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

29. 임의의  $x$  에 대하여  $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$  를 만족하는 상수  $a, b, c, d$  의 합  $a+b+c+d$  의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$  을 대입 하면  
 $-1 = a + b + c + d$   
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$   
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$   
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$  이므로  
 $x^3 - 1$  을  $x+1$  로 연속으로 나눌 때  
차례대로 나오는 나머지가  $d, c, b$  가 되고 마지막 몫이  $a$  이다.

|    |   |    |     |     |     |
|----|---|----|-----|-----|-----|
| -1 | 1 | 0  | 0   | -1  |     |
|    |   | -1 | 1   | -1  |     |
| -1 | 1 | -1 | 1   | -2  | ← d |
|    |   | -1 | 2   |     |     |
| -1 | 1 | -2 | 3   | ← c |     |
|    |   | -1 |     |     |     |
|    | 1 | -3 | ← b |     |     |
|    | ↑ |    |     |     |     |
|    | a |    |     |     |     |

30. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 관한  
항등식이 되도록 할 때,  $2ab$ 의 값은?

① -6      ② -4      ③ -2      ④ 2      ⑤ 4

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

31. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면  
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$   
이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로  
 $2x + 3y + 5 = 0$   
 $3x - y - 9 = 0$   
연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$   
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

32.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$  이  $x, y, z$  의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$  를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

$x, y, z$ 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

33. 다항식  $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 을  $3x - 2$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 이라 할 때,  $Q(1) + R$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} 6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 &= (3x - 2)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입하면, } 13 &= Q(1) + R \\ \therefore Q(1) + R &= 13 \end{aligned}$$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$ 를  $3x - 2$ 로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

34.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

35. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

36. 다항식  $x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x+4$ 가 되도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 직접나눈 나머지는

$$(a-b+16)x+4b-8$$

$$(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\textcircled{㉠}$$

$\textcircled{㉠}$ 이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a-b+16=3, 4b-8=4$$

$$\therefore a=-10, b=3$$

$$\therefore a+b=-7$$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를

비교하여  $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

37.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

- ① 0                      ② 16                      ③ 32                      ④ 64                      ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$