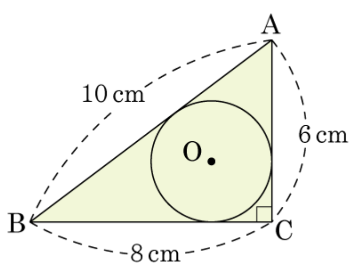
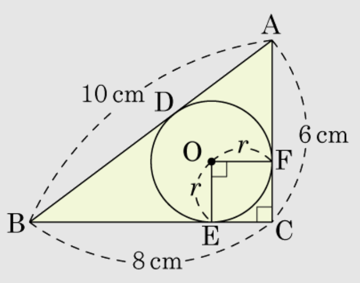
1. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10cm$, $\overline{BC} = 8cm$, $\overline{AC} = 6cm$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



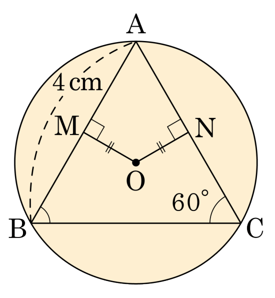
① 1cm ② $\frac{3}{2}cm$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}cm$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자.
□CFOE 가 정사각형이므로
$\overline{CF} = \overline{CE} = r$ (cm)
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r$(cm) , $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r$(cm) , $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$
$10 = (8 - r) + (6 - r), 2r = 4,$
$\therefore r = 2$(cm)



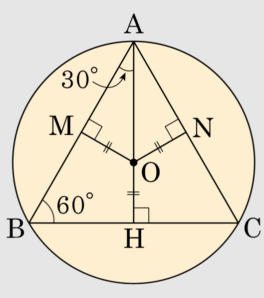
2. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB, AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 4$, $\angle BCA = 60°$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $4\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

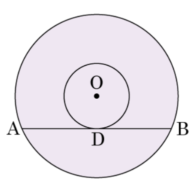
$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.
$\angle C = 60°$ 이므로 $\angle B = 60°$ 이고
$\angle A = 180° - 60° \times 2 = 60°$



따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}$

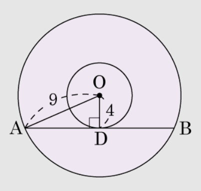
3. 점 O 를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 각각 9cm , 4cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현을 $\overline{AB}$ 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



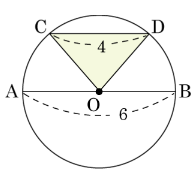
① $2\sqrt{97}$cm ② $3\sqrt{15}$cm ③ $6\sqrt{15}$cm
④ $2\sqrt{65}$cm ⑤ $\sqrt{65}$cm

해설

$\overline{AD} = \sqrt{81 - 16} = \sqrt{65}$cm
$\overline{AB} = 2 \times \overline{AD} = 2\sqrt{65}(\text{cm})(\because \overline{AD} = \overline{BD})$



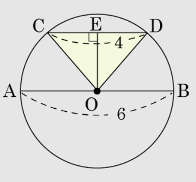
4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

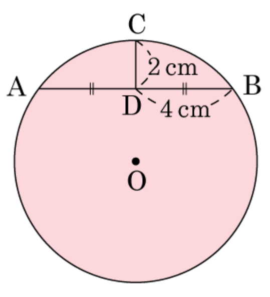
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \dfrac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{CD}}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

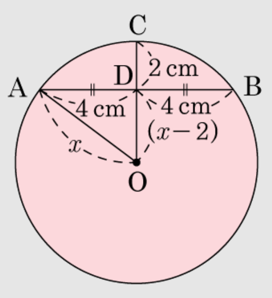
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

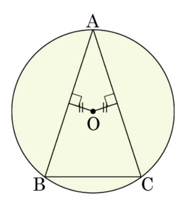
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\mathrm{cm})$



6. 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 5\pi, \angle \mathrm{BAC} = 20^\circ$ 일 때, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ 의 길이는?



① 18π ② 22π ③ 25π ④ 30π ⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle \mathrm{A} = 20^\circ$ 이므로 $\angle \mathrm{ABC} = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = \angle \mathrm{ACB} : \angle \mathrm{BAC}$

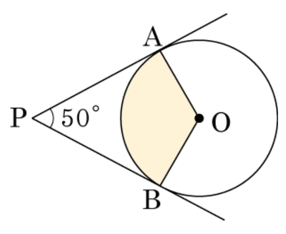
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$

$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 20\pi$

5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$

7. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 18 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle\mathrm{APB} = 50^\circ$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



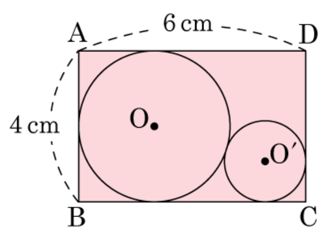
① π ② 3π ③ 4π ④ 6π ⑤ 13π

해설

$\angle\mathrm{AOB} = 130^\circ$ 이므로

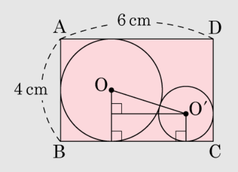
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 2\pi \times 18 \times \dfrac{130^\circ}{360^\circ} = 13\pi$ 이다.

8. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 오려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 오려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

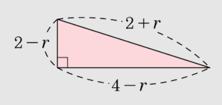


① $(6-4\sqrt{3})$cm　② $(4-4\sqrt{3})$cm　③ $(8-4\sqrt{3})$cm
④ $(6-\sqrt{3})$cm　⑤ $(8-\sqrt{3})$cm

해설



작은 원의 반지름을 r cm 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$(2-r)^2+(4-r)^2=(2+r)^2$
$\therefore r=8-4\sqrt{3}(\because 0<r<2)$