1. $\frac{1}{\sqrt{-8}}(3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}+\sqrt{-32})$ 을 계산하면?

① i ② $\frac{1}{2}$ ③ $-i$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{i}{2}$

해설

$$(\text{준식})=\frac{1}{2\sqrt{2}i}\left(3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i+4\sqrt{2}i\right)$$
$$=\frac{1}{2\sqrt{2}i}\times\sqrt{2}i$$
$$=\frac{1}{2}$$

2. $\dfrac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i　　② $-i$　　③ $-\dfrac{i}{2}$　　④ $\dfrac{1-i}{2}$　　⑤ $\dfrac{1+i}{2}$

해설

$\dfrac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \dfrac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \dfrac{-i}{1} = -i$

3. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로
$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$
주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로
$x^2 + y^2 = 4$

4. $z = 1 + i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$\therefore \dfrac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \dfrac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \dfrac{2}{2i} = -i$

5. $\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}$ 를 계산하면?

① $\sqrt{15}$　　② $-\sqrt{15}$　　③ $\sqrt{15}i$

④ $-\sqrt{15}i$　　⑤ -15

해설

$\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-5}=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{5}i=-\sqrt{15}$

6. $i^2 = -1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.
$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4개,
$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로
$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

7. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

8. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2)+2ai = 2i$
복소수의 상등에서 $1-a^2 = 0,\ 2a = 2$
$\therefore\ a = 1$
$\therefore\ (1+ai)(1-ai) = (1+i)(1-i)$
$= 1-(-1)$
$= 2$

9. 등식 $3x-2yi=(2+i)^2$이 성립하는 x, y에 대하여 두 수를 곱하면?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$3x-2yi=(2+i)^2=3+4i$

$x=1,\quad y=-2$

$\therefore\ xy=-2$

10. 등식 $\frac{a}{1+i}+\frac{b}{1-i}=-5$를 만족하는 두 실수 $a+b$의 값을 구하시오
(단, $i=\sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설
주어진 식의 양변에 $(1+i)(1-i)$를 곱하면
$a(1-i)+b(1+i)=-10,\ (a+b)+(b-a)i=-10$
$\therefore a+b=-10,\ b-a=0$

11. $a,\ b$가 실수일 때, $(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$을 만족하는 $a,\ b$의 값의 합은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$에서
$(3a-3)+(4a-5b+6)i=0$
$a,\ b$가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $3a-3=0,\ 4a-5b+6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=2$
따라서 $a+b=3$ 이다.

12. $\frac{a}{1-i}+\frac{b}{1+i}=5$를 만족하는 두 실수 $a,\ b$에 대하여 곱 ab의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\frac{a(1+i)}{2}+\frac{b(1-i)}{2}=5$

$a(1+i)+b(1-i)=10$,

$(a+b)+(a-b)i=10$

$a+b=10$, $a-b=0$

$2a=10$, $a=5$, $b=5$, $ab=25$

13. $(1-3i)x+(3+2i)y=1+8i$를 만족하는 실수 $x,\ y$ 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$(1-3i)x+(3+2i)y=1+8i$,
$(x+3y)+(-3x+2y)i=1+8i$ 에서
복소수의 상등에 의하여
$x+3y=1,\ -3x+2y=8$ 이고
연립하여 풀면 $y=1,\ x=-2$
$\therefore\ x+y=-1$

14. 실수 $x,\ y$에 대하여 $(1+i)x+(i-1)y=2i$일 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(1+i)x+(i-1)y=2i$

$(x-y)+(x+y)i=2i$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0,\ x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore\ x=1,\ y=1$

$\therefore\ x+y=2$

15. $x = 1 + 2i$, $y = \dfrac{1+2i}{1-i}$, $z = \dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때,$xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$ ② $-1 - 2i$ ③ $-1 + 2i$
④ $-1 - i$ ⑤ $-1 + i$

해설

$x = 1 + 2i,\ y = \dfrac{1+2i}{1-i},\ z = \dfrac{1-2i}{1-i}$

$$
\begin{aligned}
\therefore\ xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i} \\
&= \frac{-3+4i+5}{1-i} \\
&= \frac{2+4i}{1-i} \\
&= -1 + 3i
\end{aligned}
$$

16. $i+i^3+i^5+i^7+\cdots+i^{101}=a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

(좌변)$=i-i+i-i+\cdots+i=i$ 이므로
$i=a+bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=0,\ b=1$
$\therefore\ a+b=1$

17. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1
② -1
③ $\sqrt{-1}$
④ $-\sqrt{-1}$
⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$
$\therefore\ j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$

18. $z = \dfrac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

① -1　② 2　③ -3　④ 4　⑤ -5

해설

$z = \dfrac{2}{1-i} = 1+i$

$$\begin{aligned} \therefore\ 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= \ -5 \end{aligned}$$

해설

$z = 1+i, z-1 = i$

양변을 제곱하고 정리하면

$z^2 - 2z = -2$

$2z^2 - 4z - 1$

$= 2(z^2 - 2)z - 1$

$= -4 - 1 = -5$

19. 임의의 두 복소수 a, b 에 대하여 연산 $\oplus$ 를 $a \oplus b = ab - (a+b)$ 로 정의한다. $\mathrm{Z} = \dfrac{5}{2-\mathrm{i}}$ 일 때, $\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}}$ 의 값은?

① 1　　② $1+2i$　　③ $1-2i$

④ -1　　⑤ $2-2i$

해설

$\mathrm{Z} \oplus \overline{\mathrm{Z}} = Z\overline{Z} - (\mathrm{Z} + \overline{Z})$, $Z = 2+i$, $\overline{Z} = 2-i$ 이므로 연산을 계산해보면, $5-4=1$ 답은 ①

20. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

㉡ $z + \bar{z}$는 실수이다.

㉢ $z - \bar{z}$는 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로
㉠ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)
㉡ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)
㉢ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$
$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.
㉣ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
$= (a+1+bi)(a+1-bi)$
$= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

21. 복소수 z와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 다음을 만족하는 z를 구하면?

$$z + \bar{z} = 4, \quad z \cdot \bar{z} = 7$$

① $z = 1 \pm \sqrt{3}i$　② $z = 2 \pm \sqrt{3}i$　③ $z = 3 \pm \sqrt{3}i$

④ $z = 1 \pm 2\sqrt{3}i$　⑤ $z = 2 \pm 2\sqrt{3}i$

해설

$z = a + bi$

$z + \bar{z} = 2a = 4, z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 = 7$

$\therefore a = 2, b = \pm\sqrt{3}$

$\therefore z = 2 \pm \sqrt{3}i$

22. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2 - 2i$ ② $2 \pm 3i$ ③ $2 \pm \sqrt{3}i$

④ $3 \pm 2i$ ⑤ $4 \pm 3i$

해설

$z = a + bi$ $(a,\ b$ 는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 에서

$(a + bi)(a - bi) = 13$, $(a + bi) + (a - bi) = 4$

$a^2 + b^2 = 13$, $2a = 4$

$\therefore\ A = 2,\ b = \pm 3$

$z = 2 \pm 3i$

23. $x=\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, x^2-x+1 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$

해설

$x=\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 의 양변에 2 를 곱하면 $2x=1-\sqrt{3}i$

그러므로 $2x-1=-\sqrt{3}i$

이 식의 양변을 제곱하면 $4x^2-4x+1=-3$

즉, $4x^2-4x+4=0$

따라서, $x^2-x+1=0$

24. 다음 계산 과정에서 최초로 틀린 부분은?

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} &= \boxed{㉠} \frac{\sqrt{8}\cdot\sqrt{-2}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\ &= \boxed{㉡} \frac{\sqrt{-16}}{\sqrt{-2}\cdot\sqrt{-2}} \\ &= \boxed{㉢} \frac{\sqrt{-16}}{2} \\ &= \boxed{㉣} \frac{4i}{2} \\ &= \boxed{㉤} = \sqrt{-4} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{-2}\sqrt{-2} = \sqrt{2}i\sqrt{2}i = 2i^2 = -2$

따라서 최초로 틀린 부분은 ㉢이다.

25. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3$
Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\dfrac{2}{-6}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3}}i$
Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① Ⅰ, Ⅱ ② Ⅰ, Ⅲ ③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ
④ Ⅱ, Ⅳ ⑤ Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.