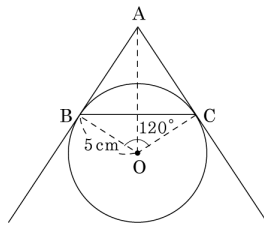


1. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 5\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

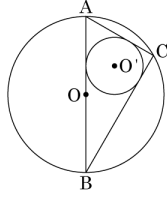


- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\overline{AO} = 12\text{cm}$
 ③ $\angle OBA = \angle OCA$ ④ $\angle BAO = 30^\circ$
 ⑤ $\triangle OAB \cong \triangle OAC$

해설

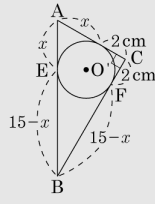
$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로
 $1 : 2 = 5 : \overline{AO} \quad \therefore \overline{AO} = 10\text{cm}$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



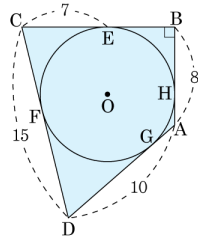
- ① 31cm^2 ② 32cm^2 ③ 33cm^2
 ④ 34cm^2 ⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times (15 \times 2 + 2 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 34 \\ &= 34(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $AB = 8$, $CD = 15$, $AD = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$ 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H 에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH 는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

4. 다음은 원의 중심에서 현에 수선을 그었을 때, 그 현이 이등분됨을 설명한 것이다. () 안에 알맞은 것을 순서대로 나열하면?

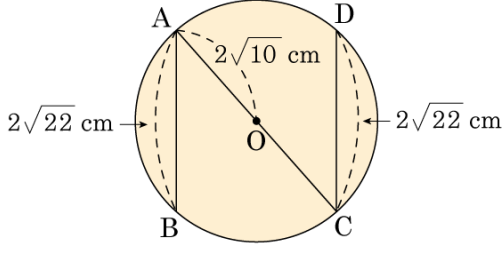
$\triangle OAM$ 과 $\triangle OBM$ 에서
 $\overline{OA} = (\quad)$ ($\because$ 원의 반지름)
 $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$
 $\overline{OM}$ 은 공통이므로 $\triangle OAM \cong (\quad)$
 $\therefore \overline{AM} = (\quad)$
 따라서 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

- ① $\overline{OB} \subset \triangle OAB \ni \overline{BM}$ ② $\overline{OM} \subset \triangle OBM \ni \overline{BM}$
 ③ $\overline{OB} \subset \triangle OBM \ni \overline{AB}$ ④ $\overline{OB} \subset \triangle OBM \ni \overline{BM}$
 ⑤ $\overline{AB} \subset \triangle OBM \ni \overline{BM}$

해설

$\triangle OAM$ 과 $\triangle OBM$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ ($\because$ 원의 반지름), $\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ$,
 $\overline{OM}$ 은 공통이므로 $\triangle OAM \cong \triangle OBM$
 $\therefore \overline{AM} = \overline{BM}$

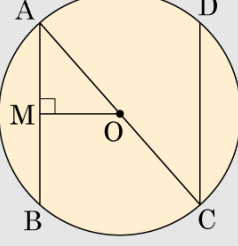
5. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}\text{cm}$ 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



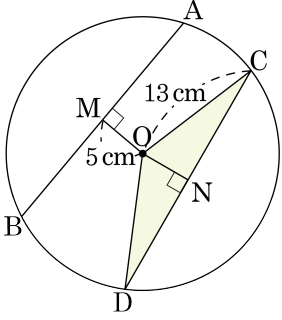
- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ ② $3\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}\text{cm}$, $\overline{MO} = x\text{ cm}$ 이면 두 현 사이의 거리는 $2x\text{cm}$ 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{22})^2} = \sqrt{40 - 22} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$



6. 다음 그림의 원 O 에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{AB} = \overline{CD}$)



- ① 35cm^2
- ② 40cm^2
- ③ 52cm^2
- ④ 60cm^2
- ⑤ 72cm^2

해설

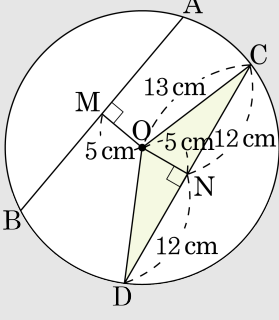
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

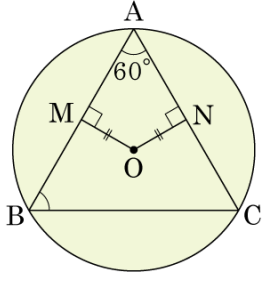
$$\overline{CN} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

또한, $\overline{CN} = \overline{DN} = 12\text{cm}$

$$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2} \times 24 \times 5 = 60(\text{cm}^2)$$



7. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB, AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 60^\circ$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① $4\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

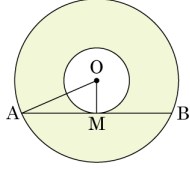
$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

그런데, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 모든 각의 크기가 60° 로 같다.

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$

8. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 AB의 길이는?



- ☒ ① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

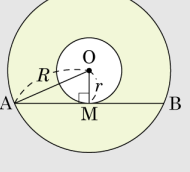
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $R = \overline{OA}$, $r = \overline{OM}$ 이다.

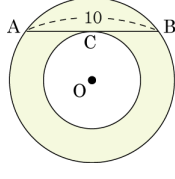
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi(R^2 - r^2) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$$\overline{AM} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

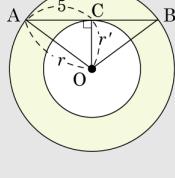


9. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $AB = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



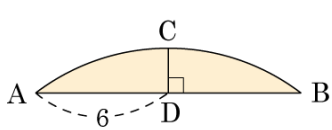
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

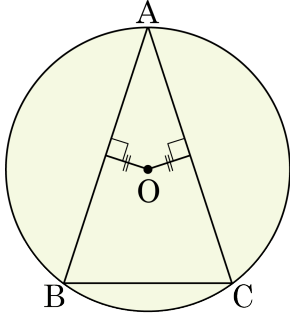
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

11. 다음 그림의 원 O에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 10\pi$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이는?



- ① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 30^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 75^\circ$

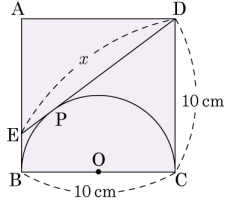
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{BC} : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = \angle BAC : \angle ABC$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 75^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 25\pi$$

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

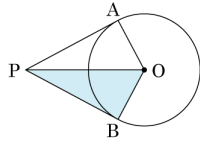


- ① $\frac{24}{2}$ cm ② $\frac{25}{2}$ cm ③ 13cm
 ④ $\frac{27}{2}$ cm ⑤ 14cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{EP} &= \overline{EB} = x - 10 \\ \overline{AE} &= 10 - (x - 10) = 20 - x \\ \triangle AED \text{에서} \\ \overline{DE}^2 &= \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2 \\ x^2 &= (20 - x)^2 + 10^2 \\ 40x &= 500 \\ x &= \frac{25}{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



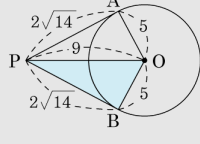
- ① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$ ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$ ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$
 ④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

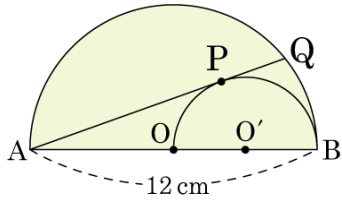
$\overline{OA} = \overline{OB} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{이므로 } \triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$$

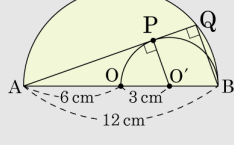


14. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



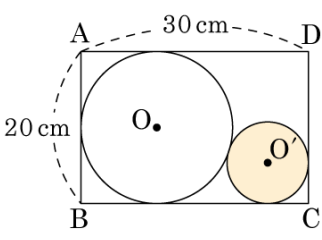
- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



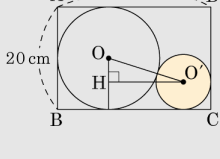
$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로
 $9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$
 $\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$
 $\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$
 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$
 $6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$
 $\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서

$$\overline{OO'} = 10 + x$$

$$\overline{OH} = 10 - x$$

$$\overline{O'H} = 20 - x$$

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{에서}$$

$$(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$$

$$x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$$

x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.

$$\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$$